Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M212402 11M

JESENSKI IZPITNI ROK
ŐSZI VIZSGAIDŐSZAK

Višja raven
Emelt szint

MATEMATIKA

Izpitna pola 1
1. feladatlap

B) Krajše strukturirane naloge / *Rövidebb strukturált feladatok*
C) Strukturirane naloge / *Strukturált feladatok*

Sreda, 25. avgust 2021 / 90 minut (45 + 45)
2021. augusztus 25., szerda / 90 perc (45 + 45)

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko in geometrijsko orodje (šestilo in ravnilo, lahko tudi trikotnik) in računalo.
Priloga s formulami in konceptna lista so na perforiranih listih, ki jih kandidat pazljivo iztrga.

Engedélyezett segédeszközök: A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, rajzeszközöket (körzőt és vonalzót, esetleg háromszöget) és számológépet hoz magával.
A képleteket tartalmazó lap és a vázlatkészítéshez mellékelt lap perforált, ezeket a jelölt óvatosan kiszakíthatja.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 24 strani, od tega 1 prazno in 3 rezervne.
A feladatlap 24 oldalas, ebből 1 üres és 3 tartalék.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

~~**Pri reševanju te izpitne pole uporaba računala ni dovoljena.**~~

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani).

Izpitna pola je sestavljena iz dveh delov, dela B in dela C. Časa za reševanje je 90 minut. Priporočamo vam, da za reševanje dela B porabite 45 minut, za reševanje dela C pa 45 minut.

Izpitna pola vsebuje 6 krajših strukturiranih nalog v delu B in 2 strukturirani nalogi v delu C. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 60, od tega 40 v delu B in 20 v delu C. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na straneh 3 in 4.

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom v izpitno polo v za to predvideni prostor **znotraj okvirja**. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 17, 22 in 23 so rezervne; uporabite jih le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

~~***E feladatlap megoldása során számológép nem alkalmazható.***~~

Ragassza vagy írja be kódszámát (az első oldal jobb felső sarkában levő keretbe)!

A feladatlap két részből áll, a B és a C részből. A megoldásukra 90 perc áll a rendelkezésére. Azt javasoljuk, hogy a B részre 45 percet, a C részre 45 percet fordítson!

A feladatlap 6 rövidebb strukturált feladatot tartalmaz a B részben és 2 strukturált feladatot a C részben. Összesen 60 pontot érhet el, ebből 40-et a B, és 20-at a C részben. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja az 5. in 6. oldalon található standard képletgyűjteményt.

*Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a feladatlap erre kijelölt helyére, **a kereten belülre**! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 17., 22. és 23. oldal tartalék; ide csak akkor írjon, ha elfogy a helye. Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatok megoldását írta erre az oldalra! A piszkozati lapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékelje az értékelő tanár!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

(**Vsota in razlika potenc z naravnim eksponentom**) Za poljubna $a,\ b \in \mathbb{R}$ in za poljubno naravno število n velja

$\boxed{a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a+b)\left(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \ldots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n}\right)}$,

$\boxed{a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \ldots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)}$.

(**Evklidov in višinski izrek**) Pravokotni trikotnik ima kateti a in b ter hipotenuzo c. Višina na hipotenuzo je v_c, pravokotna projekcija katete a na hipotenuzo je a_1, pravokotna projekcija katete b na hipotenuzo pa b_1. Tedaj velja $\boxed{a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1}$, $\boxed{v_c^2 = a_1b_1}$.

(**Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga**) Trikotnik ima stranice $a,\ b$ in c, polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$, ploščina je S, polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je r in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je R. Tedaj je $\boxed{r = \frac{S}{s}}$ in $\boxed{R = \frac{abc}{4S}}$.

(**Heronova formula**) Trikotnik ima stranice $a,\ b$ in c, polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$. Tedaj je njegova ploščina $\boxed{S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(**Ploščina trikotnika**) Naj bodo $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ in $C(x_3,\ y_3)$ točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči A, B in C je enaka $\boxed{S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|}$.

(**Krogla**) Površina in prostornina krogle s polmerom r sta $\boxed{P = 4\pi r^2,\ V = \frac{4\pi r^3}{3}}$.

(**Razdalja točke od premice**) Naj bodo $a,\ b,\ c,\ x_0,\ y_0 \in \mathbb{R}$ in naj a in b ne bosta oba enaka 0. Razdalja točke $T_0(x_0,\ y_0)$ od premice p, podane z enačbo $ax + by - c = 0$, je

$\boxed{d(T_0,\ p) = \frac{|\,ax_0 + by_0 - c\,|}{\sqrt{a^2 + b^2}}}$.

(**Logaritem**) Naj bosta $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $b \neq 1$. Tedaj za vsak $x > 0$ velja $\boxed{\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}}$.

(**Adicijski izreki**) Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R}$ velja

$\boxed{\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y}$, $\boxed{\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y}$.

Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + \pi \cdot k;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$, za katera je $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ za poljuben $k \in \mathbb{Z}$ in $\tan x \tan y \neq -1$, velja $\boxed{\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}}$.

(**Kotne funkcije polovičnih kotov**) Za poljuben $x \in \mathbb{R}$ velja

$\boxed{\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}}$.

Za poljuben $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + \pi \cdot 2k;\ k \in \mathbb{Z}\}$ velja $\boxed{\tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}}$.

(**Faktorizacija vsote in razlike kotnih funkcij**) Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R}$ velja

$\boxed{\sin x \pm \sin y = 2 \sin \frac{x \pm y}{2} \cos \frac{x \mp y}{2}}$,

$\boxed{\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}}$,

$\boxed{\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}}$.

(**Razčlenitev produkta kotnih funkcij**) Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R}$ velja

$\boxed{\sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2}\left(\cos(x+y) - \cos(x-y)\right)}$,

$\boxed{\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\left(\cos(x+y) + \cos(x-y)\right)}$,

$\boxed{\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\left(\sin(x+y) + \sin(x-y)\right)}$.

(**Elipsa**) Elipsa v ravnini ima polosi a in b $(a > b)$, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 - b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(**Hiperbola**) Hiperbola v ravnini ima realno polos a in imaginarno polos b, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(**Parabola**) Parabola v ravnini z enačbo $y^2 = 2px$ ima gorišče v $\boxed{G\left(\frac{p}{2},\ 0\right)}$, enačba premice vodnice dane parabole pa je $\boxed{x = -\frac{p}{2}}$.

(**Aritmetično zaporedje**) Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja (a_n) je $\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(**Geometrijsko zaporedje**) Vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja (a_n) s kvocientom $q \in \mathbb{R}$ je $\boxed{S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, če je $q \neq 1$, in $\boxed{S_n = na_1}$, če je $q = 1$.

(**Limiti**) $\boxed{\lim\limits_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e}$ in $\boxed{\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1}$.

(**Nedoločeni integral**) Naj bo $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Tedaj je za vsak $C \in \mathbb{R}$

$\boxed{\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C}$ in $\boxed{\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1 - x^2}} = \arcsin x + C}$.

(**Integracija po delih**) Naj bo $D \subseteq \mathbb{R}$ in $u,\ v : D \to \mathbb{R}$ odvedljivi funkciji. Tedaj velja

$\boxed{\int u \cdot v' = u \cdot v - \int v \cdot u'}$.

(**Volumen rotacijskega telesa**) Naj bo $f : [a,\ b] \to \mathbb{R}$ zvezna funkcija. Volumen telesa, ki ga dobimo tako, da lik, ki ga omejujejo graf funkcije f, abscisna os ter premici $x = a$ in $x = b$, zavrtimo okrog abscisne osi za 360°, je $\boxed{V = \pi\int_a^b \left(f(x)\right)^2 \mathrm{d}x}$.

(**Bernoullijeva formula**) Naj bo p verjetnost, da se v danem poskusu zgodi dogodek A. Verjetnost, da se dogodek A v n zaporednih ponovitvah poskusa zgodi natanko k-krat, je

$\boxed{P(n,\ p,\ k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}}$.

Képletek

(A természetes kitevőjű hatványok összege és különbsége) *Tetszőleges* $a,\ b\in\mathbb{R}$ *és tetszőleges* n *természetes számra fennáll*

$$\boxed{a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-\ldots+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)},$$

$$\boxed{a^n-b^n=(a-b)\left(a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}b^2+\ldots+a^2b^{n-3}+ab^{n-2}+b^{n-1}\right)}.$$

(Euklidesz-tétel (befogótétel) és a magasságtétel) *A derékszögű háromszög befogói* a *és* b*, az átfogója* c*. Az átfogóhoz tartozó magasság* v_c*, az* a *befogó merőleges vetülete az átfogóra* a_1*, a* b *befogó merőleges vetülete az átfogóra* b_1*. Ekkor fennáll:* $\boxed{a^2=ca_1,\ b^2=cb_1}$, $\boxed{v_c^2=a_1b_1}$.

(A háromszög beírt és körülírt körének sugara) *A háromszög oldalai* a*,* b *és* c*, a félkerület* $s=\dfrac{a+b+c}{2}$*, a területe* S*, az adott háromszög bert körének sugara* r *és az adott háromszög körülírt körének sugara* R*. Ekkor fennáll:* $\boxed{r=\dfrac{S}{s}}$ *és* $\boxed{R=\dfrac{abc}{4S}}$.

(Héron-képlet) *A háromszög oldalai* $a,\ b$ *és* c*, a félkerület* $s=\dfrac{a+b+c}{2}$*. Ekkor a területe*

$$\boxed{S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}.$$

(A háromszög területe) *Legyenek az* $A(x_1,\ y_1),\ B(x_2,\ y_2)$ *és* $C(x_3,\ y_3)$ *síkbeli pontok. Az* $A,\ B$ *és* C *csúcsú háromszög területe:* $\boxed{S=\dfrac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|}$.

(Gömb) *Az* r *sugarú gömb felszíne és térfogata* $\boxed{P=4\pi r^2,\ V=\dfrac{4\pi r^3}{3}}$.

(Pont és egyenes távolsága) *Legyenek* $a,\ b,\ c,\ x_0,\ y_0\in\mathbb{R}$ *és* a *és* b *ne legyenek egyenlők 0-val. A* $T_0(x_0,\ y_0)$ *pont távolsága az* $ax+by-c=0$ *egyenletű* p *egyenestől*

$$\boxed{d(T_0,\ p)=\frac{|\,ax_0+by_0-c\,|}{\sqrt{a^2+b^2}}}.$$

(Logaritmus) *Legyenek* $a>0,\ a\neq 1,\ b>0,\ b\neq 1$*. Akkor minden* $x>0$*-re fennáll* $\boxed{\log_a x=\dfrac{\log_b x}{\log_b a}}$.

(Addíciós tételek) *Tetszőleges* $x,\ y\in\mathbb{R}$ *esetén fennáll*

$$\boxed{\sin(x\pm y)=\sin x\cos y\pm\cos x\sin y},\ \boxed{\cos(x\pm y)=\cos x\cos y\mp\sin x\sin y}.$$

Tetszőleges $x,\ y\in\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+\pi\cdot k;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$*, amelyre* $x+y\neq\dfrac{\pi}{2}+\pi\cdot k$ *tetszőleges* $k\in\mathbb{Z}$ *és* $\tan x\tan y\neq -1$*, fennáll* $\boxed{\tan(x\pm y)=\dfrac{\tan x\pm\tan y}{1\mp\tan x\tan y}}$.

(A félszögek szögfüggvényei) *Tetszőleges* $x\in\mathbb{R}$ *esetén fennáll*

$$\boxed{\sin^2\frac{x}{2}=\frac{1-\cos x}{2}},\ \boxed{\cos^2\frac{x}{2}=\frac{1+\cos x}{2}}.$$

Tetszőleges $x\in\mathbb{R}\setminus\{\pi+\pi\cdot 2k;\ k\in\mathbb{Z}\}$ *esetén fennáll* $\boxed{\tan\dfrac{x}{2}=\dfrac{\sin x}{1+\cos x}}$.

(Összegek szorzattá alakítása) *Tetszőleges* $x,\ y\in\mathbb{R}$ *esetén fennáll*

$$\boxed{\sin x\pm\sin y=2\sin\frac{x\pm y}{2}\cos\frac{x\mp y}{2}},$$

$$\boxed{\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}},$$

$$\boxed{\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}}.$$

(A szorzatok összeggé alakítása) *Tetszőleges* $x,\ y \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll*

$\boxed{\sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2}\left(\cos(x+y) - \cos(x-y)\right)}$,

$\boxed{\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\left(\cos(x+y) + \cos(x-y)\right)}$,

$\boxed{\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\left(\sin(x+y) + \sin(x-y)\right)}$.

(Ellipszis) *A síkbeli ellipszis féltengelyei* a *és* b $(a > b)$, *a lineáris excentricitása* e, *a numerikus excentricitása* ε. *Ekkor fennáll:* $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(Hiperbola) *A síkbeli hiperbola valós féltengelye* a , *képzetes féltengelye* b, *a lineáris excentricitása* e, *a numerikus excentricitása* ε. *Ekkor fennáll:* $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(Parabola) *Az* $y^2 = 2px$ *egyenletű síkbeli parabola* $\boxed{G\left(\frac{p}{2},\ 0\right)}$ *fókuszponttal, az adott parabola vezéregyenesének egyenlete* $\boxed{x = -\frac{p}{2}}$.

(Számtani sorozat) *Az* (a_n) *számtani sorozat első* n *elemének összege* $\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(Mértani sorozat) *A* $q \in \mathbb{R}$ *hányadosú* (a_n) *mértani sorozat első* n *elemének összege*

$\boxed{S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, *ha* $q \neq 1$, *és* $\boxed{S_n = na_1}$, *ha a* $q = 1$.

(Határértékek) $\boxed{\lim\limits_{n \to \infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e}$ *és* $\boxed{\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1}$.

(Határozatlan integrál) *Legyen* $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ *ekkor minden* $C \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll*

$\boxed{\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C}$ *és* $\boxed{\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1 - x^2}} = \arcsin x + C}$.

(Parciális integrálás) *Legyen* $D \subseteq \mathbb{R}$ *in* $u,\ v : D \to \mathbb{R}$ *deriválható függvény. Ekkor fennáll:*

$\boxed{\int u \cdot v' = u \cdot v - \int v \cdot u'}$.

(Forgástest térfogata) *Legyen* $f : [a,\ b] \to \mathbb{R}$ *folytonos függvény. Annak a testnek a térfogata, amelyet úgy kapunk, hogy az* f *függvény grafikonja, az abszcissza tengely és az* $x = a$ *és* $x = b$ *egyenesek által határolt síkidomot az abszcissza tengely körül* 360° *-kal megforgatunk, egyenlő lesz* $\boxed{V = \pi \int_a^b (f(x))^2 \mathrm{d}x}$.

(Bernoulli-képlet) *Legyen* p *valószínűségű, hogy egy adott kísérletben bekövetkezik az* A *esemény. Annak valószínűsége, hogy az* A *esemény a kísérlet* n *egymást követő megismétlésénél pontosan* k*- szor következik be* $\boxed{P(n,\ p,\ k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}}$.

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*
V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

Konceptni list / *Piszkozati lap*

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

B) KRAJŠE STRUKTURIRANE NALOGE / *RÖVIDEBB STRUKTURÁLT FELADATOK*

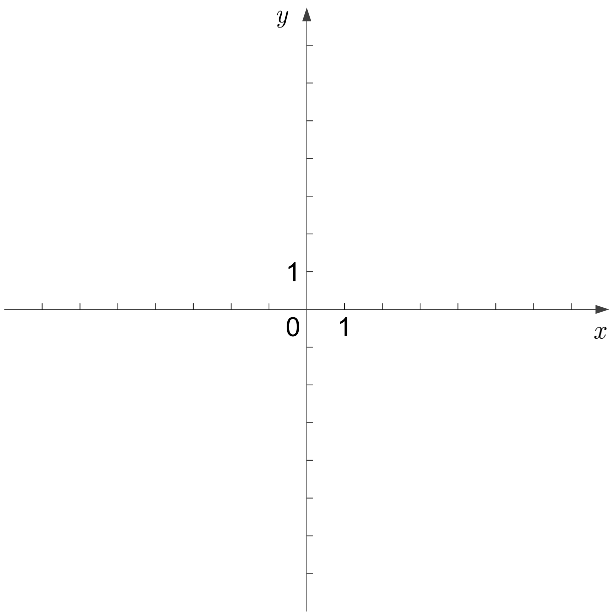
1. Dana je kvadratna enačba $x^2 - 2x + a = 0$. Naj bo $x_1 = 1 - 2\mathrm{i}$ rešitev enačbe. Zapišite še drugo rešitev in izračunajte a. Izračunajte, za katere $a \in \mathbb{R}$ enačba $x^2 - 2x + a = 0$ nima realnih rešitev.

   Adott az $x^2 - 2x + a = 0$ másodfokú egyenlet. Legyen $x_1 = 1 - 2\mathrm{i}$ az egyenlet megoldása. Írja fel a másik megoldását is, és számítsa ki az a értékét! Számítsa ki, az $a \in \mathbb{R}$ mely értékeire nincs valós megoldása az $x^2 - 2x + a = 0$ egyenletnek!

   (5 točk/pont)

2. V ravnino, opremljeno s koordinatnim sistemom, narišite krožnico z enačbo $x^2+y^2=25$ in premico z enačbo $2x-y=0$ ter izračunajte in zapišite njuni presečišči.

A koordináta-rendszerrel ellátott síkban ábrázolja az $x^2+y^2=25$ egyenletű körvonalat és a $2x-y=0$ egyenletű egyenest, valamint számítsa ki és írja le mindkét metszéspontjukat!



(8 točk/pont)

3. Dana je funkcija f s predpisom $f(x) = -4\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

Izračunajte $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ in ničle funkcije f ter zapišite zalogo vrednosti Z_f.

Izračunajte smerni koeficient tangente na graf funkcije f v točki $T\left(\frac{3\pi}{4},\ 0\right)$.

Adott az $f(x) = -4\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ hozzárendelési szabállyal megadott f függvény.

Számítsa ki az $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ értékét, az f függvény zérushelyeit, valamint írja fel a Z_f értékkészletet!

Számítsa ki az f függvény grafikonjához a $T\left(\frac{3\pi}{4},\ 0\right)$ pontban húzható érintő egyenes iránytényezőjét!

(6 točk/pont)

4. Naj bo f funkcija s predpisom $f(x)=a\cdot 3^{x-1}+b,\quad a,b\in\mathbb{R}$.

Izračunajte števili a in b, če je $f(1)=-1$ in $f(3)=-17$.

Naj bo $a=b=1$. Zapišite največjo množico, na kateri je funkcija f definirana, in zalogo vrednosti funkcije f.

Adott az f függvény a következő hozzárendelési szabállyal: $f(x)=a\cdot 3^{x-1}+b,\quad a,b\in\mathbb{R}$.

Számítsa ki az a és b számok értékét, ha fennáll: $f(1)=-1$ és $f(3)=-17$!

Legyen $a=b=1$. Írja le azt a legnagyobb halmazt, amelyen az f függvény értelmezett, és az f függvény értékkészletét is!

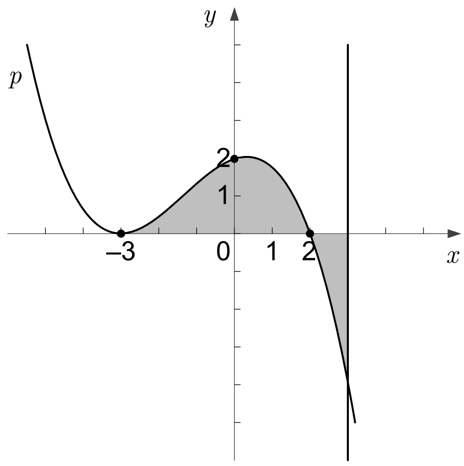
(7 točk/pont)

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!

5. Na sliki je narisan graf polinoma p tretje stopnje. Ploščina lika S_1, ki ga graf omejuje z abscisno osjo med ničlama –3 in 2, je enaka $\frac{625}{108}$, ploščina lika S_2, ki ga graf omejuje z abscisno osjo in premico $x=3$, pa je enaka $\frac{193}{108}$.

A képen a harmadfokú p polinom grafikonja látható. Az S_1 síkidom területe $\frac{625}{108}$, ezt a síkidomot a grafikon az abszcisszatengellyel határolja a –3 és 2 zérushelyek között, az S_2 síkidom területe $\frac{193}{108}$, ezt a síkidomot pedig a grafikon az abszcissza tengellyel és az $x=3$ egyenessel határolja.



Zapišite predpis $p(x)$ polinoma p v faktorizirani obliki in izračunajte vodilni koeficient.

Izračunajte $\int_{-3}^{3} p(x)\,\mathrm{d}x$.

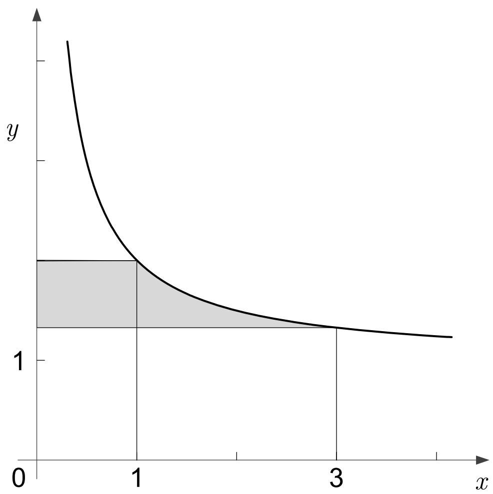
Írja fel a p polinom $p(x)$ hozzárendelési szabályát gyöktényezős alakban, és számítsa ki a főegyütthatót!

Számítsa ki az $\int_{-3}^{3} p(x)\,\mathrm{d}x$ értékét!

(6 točk/pont)

6. Na sliki je del grafa funkcije f s predpisom $f(x)=1+\frac{1}{x}$. Izračunajte ploščino osenčenega območja. Rezultat naj bo točen.

A képen az $f(x)=1+\frac{1}{x}$ hozzárendelési szabállyal megadott f függvény grafikonjának egy részlete látható. Számítsa ki a satírozott tartomány területét! Az eredmény legyen pontos!



(8 točk/pont)

Rezervna stran / *Tartalék oldal*

OBRNITE LIST.
LAPOZZON!

C) STRUKTURIRANE NALOGE / *STRUKTURÁLT FELADATOK*

1. Rešite spodnji med seboj neodvisni nalogi.
   Oldja meg az alábbi két független feladatot!

   1.1. V trikotniku ABC s podatki $c = |AB| = 6$ cm, $a : b = 3 : 4$, $\alpha : \beta = 1 : 2$ izračunajte velikost kota α in dolžino stranice a. Rezultata zapišite zaokroženo na dve decimalki.

   Az ABC háromszögben adottak a következő adatok: $c = |AB| = 6$ cm, $a : b = 3 : 4$, $\alpha : \beta = 1 : 2$, számítsa ki az α szög nagyságát és az a oldal hosszúságát! Az eredményeket kerekítse két tizedesjegyre!

   (4 točke/pont)

   1.2. V trikotniku ABC leži točka T na stranici BC tako, da je $|BT| : |TC| = 3 : 4$, točka U pa razpolavlja stranico AC. Naj bo točka P presečišče daljic AT in BU. Izračunajte razmerje $|AP| : |PT|$.

   Az ABC háromszögben illeszkedjen a T pont a BC oldalra úgy, hogy fennálljon: $|BT| : |TC| = 3 : 4$, az U pont pedig az AC oldal felezőpontja legyen. Legyen az AT és BU szakaszok metszéspontja P. Számítsa ki az $|AP| : |PT|$ arányt!

   (6 točk/pont)

2. Dana je funkcija $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ s predpisom $f(x)=\dfrac{e^x}{(1+e^x)^2}$.

Legyen adott az $f(x)=\dfrac{e^x}{(1+e^x)^2}$ hozzárendelési szabállyal megadott $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ függvény.

2.1. Dokažite, da je f soda funkcija, in zapišite zalogo vrednosti funkcije f.

Bizonyítsa be, hogy az f függvény páros, és írja fel az f függvény értékkészletét!

(3 točke/pont)

2.2. Zapišite predpis funkcije F, katere odvod je funkcija f, in velja $F(0)=\dfrac{1}{2}$.

Írja fel az F függvény hozzárendelési szabályát, amelynek deriváltja az f függvény, és fennáll az $F(0)=\dfrac{1}{2}$!

(4 točke/pont)

2.3. Naj bo število $a\in\mathbb{R}$ izbrano tako, da velja $\int_0^a f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{1}{4}$. Izračunajte število a. Za to realno število a izračunajte še $\int_{-a}^{a} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Válasszunk egy $a\in\mathbb{R}$ számot úgy, hogy $\int_0^a f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{1}{4}$. Számítsa ki az a számot!

Számítsa ki az $\int_{-a}^{a} f(x)\,\mathrm{d}x$ értékét is ugyanehhez az a valós számhoz!

(3 točke/pont)

M 2 1 2 4 0 2 1 1 M 2 2

Rezervna stran / *Tartalék oldal*

Rezervna stran / *Tartalék oldal*

M212402 11M24

Prazna stran

Üres oldal