



Šifra kandidata:

**Državni izpitni center**



SPOMLADANSKI IZPITNI ROK

**Višja raven**  
**MATEMATIKA**  
Izpitna pola 1

B) Krajše strukturirane naloge  
C) Strukturirane naloge

**Sobota, 4. junij 2022 / 90 minut (45 + 45)**

*Dovoljeno gradivo in pripomočki:*

*Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko in geometrijsko orodje (šestilo in ravnilo, lahko tudi trikotnik) in računalno.*

*Priloga s formulami in konceptna lista so na perforiranih listih, ki jih kandidat pazljivo iztrga.*

**SPLOŠNA MATURA**

**NAVODILA KANDIDATU**

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začnajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

~~Pri reševanju te izpitne pole uporaba računalnika ni dovoljena.~~

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani).

Izpitna pola je sestavljena iz dveh delov, dela B in dela C. Časa za reševanje je 90 minut. Priporočamo vam, da za reševanje dela B porabite 45 minut, za reševanje dela C pa 45 minut.

Izpitna pola vsebuje 6 krajših strukturiranih nalog v delu B in 2 strukturirani nalogi v delu C. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 60, od tega 40 v delu B in 20 v delu C. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na straneh 3 in 4.

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom v izpitno polo v za to predvideni prostor **znotraj okvirja**. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 15 in 20 sta rezervni; uporabite ju le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

*Ta pola ima 20 strani, od tega 2 rezervni.*



**Formule**

(Vsota in razlika potenc z naravnim eksponentom) Za poljubna  $a, b \in \mathbb{R}$  in za poljubno naravno število  $n$  velja

$$a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a+b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n}),$$

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}).$$

(Evklidov in višinski izrek) Pravokotni trikotnik ima kateti  $a$  in  $b$  ter hipotenuzo  $c$ . Višina na hipotenuzo je  $v_c$ , pravokotna projekcija katete  $a$  na hipotenuzo je  $a_1$ , pravokotna projekcija katete  $b$  na hipotenuzo pa  $b_1$ . Tedaj velja  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $v_c^2 = a_1b_1$ .

(Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga) Trikotnik ima stranice  $a, b$  in  $c$ , polovica obsega je  $s = \frac{a+b+c}{2}$ , ploščina je  $S$ , polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je  $r$  in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je  $R$ . Tedaj je  $r = \frac{S}{s}$  in  $R = \frac{abc}{4S}$ .

(Heronova formula) Trikotnik ima stranice  $a, b$  in  $c$ , polovica obsega je  $s = \frac{a+b+c}{2}$ . Tedaj je njegova ploščina  $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ .

(Ploščina trikotnika) Naj bodo  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  in  $C(x_3, y_3)$  točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči  $A, B$  in  $C$  je enaka  $S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$ .

(Krogla) Površina in prostornina krogle s polmerom  $r$  sta  $P = 4\pi r^2$ ,  $V = \frac{4\pi r^3}{3}$ .

(Razdalja točke od premice) Naj bodo  $a, b, c, x_0, y_0 \in \mathbb{R}$  in naj  $a$  in  $b$  ne bosta oba enaka 0.

Razdalja točke  $T_0(x_0, y_0)$  od premice  $p$ , podane z enačbo  $ax + by - c = 0$ , je

$$d(T_0, p) = \frac{|ax_0 + by_0 - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

(Logaritem) Naj bosta  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $b > 0$ ,  $b \neq 1$ . Tedaj za vsak  $x > 0$  velja  $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ .

(Adicijski izreki) Za poljubna  $x, y \in \mathbb{R}$  velja

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Za poljubna  $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$ , za katera je  $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$  za poljuben  $k \in \mathbb{Z}$  in

$$\tan x \tan y \neq -1, \quad \text{velja} \quad \tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}.$$

(Kotne funkcije polovičnih kotov) Za poljuben  $x \in \mathbb{R}$  velja

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

Za poljuben  $x \in \mathbb{R} \setminus \{ \pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z} \}$  velja  $\tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ .

(Faktorizacija vsote in razlike kotnih funkcij) Za poljubna  $x, y \in \mathbb{R}$  velja

$$\sin x \pm \sin y = 2 \sin \frac{x \pm y}{2} \cos \frac{x \mp y}{2},$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2},$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}.$$



**(Razčlenitev produkta kotnih funkcij)** Za poljubna  $x, y \in \mathbb{R}$  velja

$$\sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2}(\cos(x+y) - \cos(x-y)),$$

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}(\cos(x+y) + \cos(x-y)),$$

$$\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}(\sin(x+y) + \sin(x-y)).$$

**(Elipsa)** Elipsa v ravnini ima polosi  $a$  in  $b$  ( $a > b$ ), njena linearna ekscentričnost je  $e$ , njena

$$\text{numerična ekscentričnost je } \varepsilon. \text{ Tedaj velja } \boxed{e^2 = a^2 - b^2}, \boxed{\varepsilon = \frac{c}{a}}.$$

**(Hiperbola)** Hiperbola v ravnini ima realno polos  $a$  in imaginarno polos  $b$ , njena linearna

$$\text{ekscentričnost je } e, \text{ njena numerična ekscentričnost je } \varepsilon. \text{ Tedaj velja } \boxed{e^2 = a^2 + b^2}, \boxed{\varepsilon = \frac{c}{a}}.$$

**(Parabola)** Parabola v ravnini z enačbo  $y^2 = 2px$  ima gorišče v  $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ , enačba premice vodnice

$$\text{dane parabole pa je } \boxed{x = -\frac{p}{2}}.$$

**(Aritmetično zaporedje)** Vsota prvih  $n$  členov aritmetičnega zaporedja  $(a_n)$  je  $\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$ .

**(Geometrijsko zaporedje)** Vsota prvih  $n$  členov geometrijskega zaporedja  $(a_n)$  s kvociantom  $q \in \mathbb{R}$

$$\text{je } \boxed{S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}, \text{ če je } q \neq 1, \text{ in } \boxed{S_n = na_1}, \text{ če je } q = 1.$$

**(Limiti)**  $\boxed{\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e}$  in  $\boxed{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1}$ .

**(Nedoločeni integral)** Naj bo  $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ . Tedaj je za vsak  $C \in \mathbb{R}$

$$\boxed{\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C} \text{ in } \boxed{\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C}.$$

**(Integracija po delih)** Naj bo  $D \subseteq \mathbb{R}$  in  $u, v: D \rightarrow \mathbb{R}$  odvedljivi funkciji. Tedaj velja

$$\boxed{\int u \cdot v' = u \cdot v - \int v \cdot u'}.$$

**(Volumen rotacijskega telesa)** Naj bo  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  zvezna funkcija. Volumen telesa, ki ga dobimo tako, da lik, ki ga omejujejo graf funkcije  $f$ , abscisna os ter premici  $x = a$  in  $x = b$ , zavrtimo

$$\text{okrog abscisne osi za } 360^\circ, \text{ je } \boxed{V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx}.$$

**(Bernoullijeva formula)** Naj bo  $p$  verjetnost, da se v danem poskusu zgodi dogodek  $A$ . Verjetnost, da se dogodek  $A$  v  $n$  zaporednih ponovitvah poskusa zgodi natanko  $k$ -krat, je

$$\boxed{P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}}.$$

V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite.



### Konceptni list

Empty rectangular area for writing.



### Konceptni list

Empty rectangular box for writing the concept list.

V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite.



### Konceptni list



### Konceptni list

Empty rectangular box for writing.







2. Brez računala rešite enačbo  $2\log\sqrt{x} + \log 4 = \log(9x - 2)$ .

(5 točk)



3. Lastovke so odletele na jug v treh jatah. Število ptic v jatah je v razmerju  $3 : 10 : 17$ . V največji jati je 72 ptic več kakor v obeh manjših jatah skupaj. Koliko lastovk je v vsaki posamezni jati?

(6 točk)



4. Brez računala izračunajte točno vrednost določenega integrala  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + 3 \cos x - x) dx$ .

(6 točk)





6. Diskriminanta kvadratne funkcije  $f$  s predpisom  $f(x) = ax^2 + bx + c$  je enaka 4,  $f(1) = 0$  in  $f(0) = 1$ . Zapišite predpis funkcije  $f$ . Zapišite obe rešitvi.

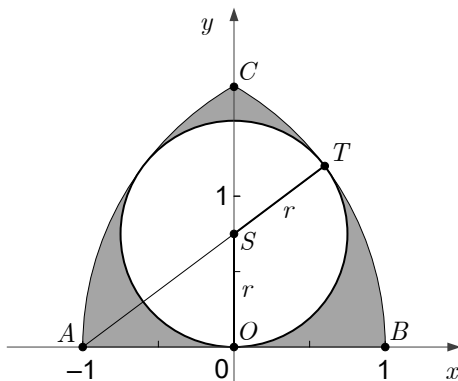
(8 točk)





### C) STRUKTURIRANE NALOGE

1. Krivočrtni trikotnik na sliki dobimo tako, da nad daljico  $AB$  z dolžino 2 narišemo krožna loka s središčema v ogliščih  $A$  in  $B$  ter polmerom 2. Loka se sekata v točki  $C$ .



- 1.1. Izračunajte polmer včrtanega kroga  $r$  in višino  $v = |OC|$ , kjer je  $O$  razpolovišče stranice  $AB$ . (4 točke)
- 1.2. Izračunajte obseg izseka  $ABC$ , kjer sta  $AB$  in  $AC$  daljici,  $BC$  pa lok. (2 točki)
- 1.3. Izračunajte ploščino osenčenega območja. (4 točke)



V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite.





2. Dana je funkcija  $f: (-\infty, 4) \rightarrow \mathbb{R}$  s predpisom  $f(x) = \log(8 - 2x)$ . Enačba tangente na graf odvedljive funkcije  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  v točki z absciso  $x_0 = -1$  je  $y = 2x - 1$ . Odvoda funkcij  $f$  in  $g$  označimo z  $f'$  in  $g'$ .

2.1. Izračunajte  $f(-1)$ ,  $f'(-1)$ ,  $g(-1)$  in  $g'(-1)$ .

(5 točk)

2.2. Naj bo  $i$  imaginarna enota. Poiščite vsa realna števila  $x$ , za katera velja

$$|f(x) + \sqrt{3} \cdot i|^2 = |\sqrt{7} - 3i^{27}| \cdot f(x).$$

(5 točk)

V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite.



