Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 2 2 2 4 0 2 1 2 M

JESENSKI IZPITNI ROK
ŐSZI VIZSGAIDŐSZAK

Višja raven
Emelt szint

MATEMATIKA

Izpitna pola 2
2. feladatlap

B) Krajše strukturirane naloge / *Rövidebb strukturált feladatok*
C) Strukturirane naloge / *Strukturált feladatok*

Četrtek, 25. avgust 2022 / 90 minut (45 + 45)
2022. augusztus 25., csütörtök / 90 perc (45 + 45)

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, geometrijsko orodje (šestilo in ravnilo, lahko tudi trikotnik) in računalo. Priloga s formulami in konceptna lista so na perforiranih listih, ki jih kandidat pazljivo iztrga.

Engedélyezett segédeszközök: A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, rajzeszközöket (körzőt és vonalzót, esetleg háromszöget) és számológépet hoz magával. A képleteket tartalmazó lap és a vázlatkészítéshez mellékelt lap perforált, ezeket a jelölt óvatosan kiszakíthatja.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 24 strani, od tega 2 prazni in 2 rezervni.
A feladatlap 24 oldalas, ebből 2 üres és 2 tartalék.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani).

Izpitna pola je sestavljena iz dveh delov, dela B in dela C. Časa za reševanje je 90 minut. Priporočamo vam, da za reševanje dela B porabite 45 minut, za reševanje dela C pa 45 minut.

Izpitna pola vsebuje 6 krajših strukturiranih nalog v delu B in 2 strukturirani nalogi v delu C. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 60, od tega 40 v delu B in 20 v delu C. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na straneh 3 in 4.

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom v izpitno polo v za to predvideni prostor **znotraj okvirja**. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 17 in 22 sta rezervni; uporabite ju le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát (az első oldal jobb felső sarkában levő keretbe)!

A feladatlap két részből áll, a B és a C részből. A megoldásukra 90 perc áll a rendelkezésére. Azt javasoljuk, hogy a B részre 45 percet, a C részre 45 percet fordítson!

A feladatlap 6 rövidebb strukturált feladatot tartalmaz a B részben és 2 strukturált feladatot a C részben. Összesen 60 pontot érhet el, ebből 40-et a B, és 20-at a C részben. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 5. in 6. oldalon található standard képletgyűjteményt.

*Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a feladatlap erre kijelölt helyére, **a kereten belülre**! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 17. és 22. oldal tartalék; ide csak akkor írjon, ha elfogy a helye. Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatok megoldását írta erre az oldalra! A piszkozati lapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékelje az értékelő tanár!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

(**Vsota in razlika potenc z naravnim eksponentom**) Za poljubna $a,\ b \in \mathbb{R}$ in za poljubno naravno število n velja

$$\boxed{a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-\ldots+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)},$$

$$\boxed{a^n-b^n=(a-b)\left(a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}b^2+\ldots+a^2b^{n-3}+ab^{n-2}+b^{n-1}\right)}.$$

(**Evklidov in višinski izrek**) Pravokotni trikotnik ima kateti a in b ter hipotenuzo c. Višina na hipotenuzo je v_c, pravokotna projekcija katete a na hipotenuzo je a_1, pravokotna projekcija katete b na hipotenuzo pa b_1. Tedaj velja $\boxed{a^2=ca_1,\ b^2=cb_1}$, $\boxed{v_c^2=a_1b_1}$.

(**Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga**) Trikotnik ima stranice a, b in c, polovica obsega je $s=\dfrac{a+b+c}{2}$, ploščina je S, polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je r in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je R. Tedaj je $\boxed{r=\dfrac{S}{s}}$ in $\boxed{R=\dfrac{abc}{4S}}$.

(**Heronova formula**) Trikotnik ima stranice a, b in c, polovica obsega je $s=\dfrac{a+b+c}{2}$. Tedaj je njegova ploščina $\boxed{S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(**Ploščina trikotnika**) Naj bodo $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ in $C(x_3,\ y_3)$ točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči A, B in C je enaka $\boxed{S=\dfrac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|}$.

(**Krogla**) Površina in prostornina krogle s polmerom r sta $\boxed{P=4\pi r^2,\ V=\dfrac{4\pi r^3}{3}}$.

(**Razdalja točke od premice**) Naj bodo $a,\ b,\ c,\ x_0,\ y_0 \in \mathbb{R}$ in naj a in b ne bosta oba enaka 0. Razdalja točke $T_0(x_0,\ y_0)$ od premice p, podane z enačbo $ax+by-c=0$, je

$$\boxed{d(T_0,\ p)=\frac{|ax_0+by_0-c|}{\sqrt{a^2+b^2}}}.$$

(**Logaritem**) Naj bosta $a>0$, $a\neq 1$, $b>0$, $b\neq 1$. Tedaj za vsak $x>0$ velja $\boxed{\log_a x=\dfrac{\log_b x}{\log_b a}}$.

(**Adicijski izreki**) Za poljubna $x,\ y\in\mathbb{R}$ velja

$$\boxed{\sin(x\pm y)=\sin x\cos y\pm\cos x\sin y},\ \boxed{\cos(x\pm y)=\cos x\cos y\mp\sin x\sin y}.$$

Za poljubna $x,\ y\in\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+\pi\cdot k;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$, za katera je $x+y\neq\dfrac{\pi}{2}+\pi\cdot k$ za poljuben $k\in\mathbb{Z}$ in $\tan x\tan y\neq -1$, velja $\boxed{\tan(x\pm y)=\dfrac{\tan x\pm\tan y}{1\mp\tan x\tan y}}$.

(**Kotne funkcije polovičnih kotov**) Za poljuben $x\in\mathbb{R}$ velja

$$\boxed{\sin^2\frac{x}{2}=\frac{1-\cos x}{2}},\ \boxed{\cos^2\frac{x}{2}=\frac{1+\cos x}{2}}.$$

Za poljuben $x\in\mathbb{R}\setminus\{\pi+\pi\cdot 2k;\ k\in\mathbb{Z}\}$ velja $\boxed{\tan\dfrac{x}{2}=\dfrac{\sin x}{1+\cos x}}$.

(**Faktorizacija vsote in razlike kotnih funkcij**) Za poljubna $x,\ y\in\mathbb{R}$ velja

$$\boxed{\sin x\pm\sin y=2\sin\frac{x\pm y}{2}\cos\frac{x\mp y}{2}},$$

$$\boxed{\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}},$$

$$\boxed{\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}}.$$

(**Razčlenitev produkta kotnih funkcij**) Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R}$ velja

$\boxed{\sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2}(\cos(x+y) - \cos(x-y))}$,

$\boxed{\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}(\cos(x+y) + \cos(x-y))}$,

$\boxed{\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}(\sin(x+y) + \sin(x-y))}$.

(**Elipsa**) Elipsa v ravnini ima polosi a in b $(a > b)$, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 - b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(**Hiperbola**) Hiperbola v ravnini ima realno polos a in imaginarno polos b, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(**Parabola**) Parabola v ravnini z enačbo $y^2 = 2px$ ima gorišče v $\boxed{G\left(\frac{p}{2}, 0\right)}$, enačba premice vodnice dane parabole pa je $\boxed{x = -\frac{p}{2}}$.

(**Aritmetično zaporedje**) Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja (a_n) je $\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(**Geometrijsko zaporedje**) Vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja (a_n) s kvocientom $q \in \mathbb{R}$ je $\boxed{S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, če je $q \neq 1$, in $\boxed{S_n = na_1}$, če je $q = 1$.

(**Limiti**) $\boxed{\lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e}$ in $\boxed{\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1}$.

(**Nedoločeni integral**) Naj bo $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Tedaj je za vsak $C \in \mathbb{R}$

$\boxed{\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C}$ in $\boxed{\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1 - x^2}} = \arcsin x + C}$.

(**Integracija po delih**) Naj bo $D \subseteq \mathbb{R}$ in $u,\ v : D \to \mathbb{R}$ odvedljivi funkciji. Tedaj velja

$\boxed{\int u \cdot v' = u \cdot v - \int v \cdot u'}$.

(**Volumen rotacijskega telesa**) Naj bo $f : [a,\ b] \to \mathbb{R}$ zvezna funkcija. Volumen telesa, ki ga dobimo tako, da lik, ki ga omejujejo graf funkcije f, abscisna os ter premici $x = a$ in $x = b$, zavrtimo okrog abscisne osi za 360°, je $\boxed{V = \pi \int_a^b (f(x))^2 \mathrm{d}x}$.

(**Bernoullijeva formula**) Naj bo p verjetnost, da se v danem poskusu zgodi dogodek A. Verjetnost, da se dogodek A v n zaporednih ponovitvah poskusa zgodi natanko k-krat, je

$\boxed{P(n,\ p,\ k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}}$.

Képletek

(A természetes kitevőjű hatványok összege és különbsége) *Tetszőleges* $a,\ b \in \mathbb{R}$ *és tetszőleges* n *természetes számra fennáll*

$\boxed{a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-\ldots+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)}$,

$\boxed{a^n-b^n=(a-b)\left(a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}b^2+\ldots+a^2b^{n-3}+ab^{n-2}+b^{n-1}\right)}$.

(Euklidesz-tétel (befogótétel) és a magasságtétel) *A derékszögű háromszög befogói* a *és* b, *az átfogója* c. *Az átfogóhoz tartozó magasság* v_c, *az* a *befogó merőleges vetülete az átfogóra* a_1, *a* b *befogó merőleges vetülete az átfogóra* b_1. *Ekkor fennáll:* $\boxed{a^2=ca_1,\ b^2=cb_1}$, $\boxed{v_c^2=a_1b_1}$.

(A háromszög beírt és körülírt körének sugara) *A háromszög oldalai* a, b *és* c, *a félkerület* $s=\dfrac{a+b+c}{2}$, *a területe* S, *az adott háromszög bert körének sugara* r *és az adott háromszög körülírt körének sugara* R. *Ekkor fennáll:* $\boxed{r=\dfrac{S}{s}}$ *és* $\boxed{R=\dfrac{abc}{4S}}$.

(Héron-képlet) *A háromszög oldalai* a, b *és* c, *a félkerület* $s=\dfrac{a+b+c}{2}$. *Ekkor a területe*

$\boxed{S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(A háromszög területe) *Legyenek az* $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ *és* $C(x_3,\ y_3)$ *síkbeli pontok. Az* A, B *és* C *csúcsú háromszög területe:* $\boxed{S=\dfrac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|}$.

*(**Gömb**) Az* r *sugarú gömb felszíne és térfogata* $\boxed{P=4\pi r^2,\ V=\dfrac{4\pi r^3}{3}}$.

*(**Pont és egyenes távolsága**) Legyenek* $a,\ b,\ c,\ x_0,\ y_0 \in \mathbb{R}$ *és* a *és* b *ne legyenek egyenlők 0-val. A* $T_0(x_0,\ y_0)$ *pont távolsága az* $ax+by-c=0$ *egyenletű* p *egyenestől*

$\boxed{d(T_0,\ p)=\dfrac{|\,ax_0+by_0-c\,|}{\sqrt{a^2+b^2}}}$.

*(**Logaritmus**) Legyenek* $a>0$, $a\neq 1$, $b>0$, $b\neq 1$. *Akkor minden* $x>0$ *-re fennáll* $\boxed{\log_a x=\dfrac{\log_b x}{\log_b a}}$.

(Addíciós tételek) *Tetszőleges* $x,\ y\in\mathbb{R}$ *esetén fennáll*

$\boxed{\sin(x\pm y)=\sin x\cos y\pm\cos x\sin y}$, $\boxed{\cos(x\pm y)=\cos x\cos y\mp\sin x\sin y}$.

Tetszőleges $x,\ y\in\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+\pi\cdot k;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$, *amelyre* $x+y\neq\dfrac{\pi}{2}+\pi\cdot k$ *tetszőleges* $k\in\mathbb{Z}$ *és* $\tan x\tan y\neq -1$, *fennáll* $\boxed{\tan(x\pm y)=\dfrac{\tan x\pm\tan y}{1\mp\tan x\tan y}}$.

(A félszögek szögfüggvényei) *Tetszőleges* $x\in\mathbb{R}$ *esetén fennáll*

$\boxed{\sin^2\dfrac{x}{2}=\dfrac{1-\cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2\dfrac{x}{2}=\dfrac{1+\cos x}{2}}$.

Tetszőleges $x\in\mathbb{R}\setminus\{\pi+\pi\cdot 2k;\ k\in\mathbb{Z}\}$ *esetén fennáll* $\boxed{\tan\dfrac{x}{2}=\dfrac{\sin x}{1+\cos x}}$.

(Összegek szorzattá alakítása) *Tetszőleges* $x,\ y\in\mathbb{R}$ *esetén fennáll*

$\boxed{\sin x\pm\sin y=2\sin\dfrac{x\pm y}{2}\cos\dfrac{x\mp y}{2}}$,

$\boxed{\cos x+\cos y=2\cos\dfrac{x+y}{2}\cos\dfrac{x-y}{2}}$,

$\boxed{\cos x-\cos y=-2\sin\dfrac{x+y}{2}\sin\dfrac{x-y}{2}}$.

***(A szorzatok összeggé alakítása)** Tetszőleges $x,\ y \in \mathbb{R}$ esetén fennáll*

$$\boxed{\sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2}\left(\cos(x+y) - \cos(x-y)\right)},$$

$$\boxed{\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\left(\cos(x+y) + \cos(x-y)\right)},$$

$$\boxed{\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\left(\sin(x+y) + \sin(x-y)\right)}.$$

***(Ellipszis)** A síkbeli ellipszis féltengelyei a és b $(a > b)$, a lineáris excentricitása e, a numerikus excentricitása ε. Ekkor fennáll:* $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

***(Hiperbola)** A síkbeli hiperbola valós féltengelye a, képzetes féltengelye b, a lineáris excentricitása e, a numerikus excentricitása ε. Ekkor fennáll:* $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

***(Parabola)** Az $y^2 = 2px$ egyenletű síkbeli parabola* $\boxed{G\left(\frac{p}{2},\ 0\right)}$ *fókuszponttal, az adott parabola vezéregyenesének egyenlete* $\boxed{x = -\frac{p}{2}}$.

***(Számtani sorozat)** Az (a_n) számtani sorozat első n elemének összege* $\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

***(Mértani sorozat)** A $q \in \mathbb{R}$ hányadosú (a_n) mértani sorozat első n elemének összege*

$\boxed{S_n = \frac{a_1\left(q^n - 1\right)}{q-1}}$, *ha* $q \neq 1$, *és* $\boxed{S_n = na_1}$, *ha a* $q = 1$.

(Határértékek) $\boxed{\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e}$ *és* $\boxed{\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1}$.

***(Határozatlan integrál)** Legyen $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ekkor minden $C \in \mathbb{R}$ esetén fennáll*

$\boxed{\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C}$ *és* $\boxed{\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C}$.

***(Parciális integrálás)** Legyen $D \subseteq \mathbb{R}$ és $u,\ v : D \to \mathbb{R}$ deriválható függvény. Ekkor fennáll:*

$$\boxed{\int u \cdot v' = u \cdot v - \int v \cdot u'}.$$

***(Forgástest térfogata)** Legyen $f : [a,\ b] \to \mathbb{R}$ folytonos függvény. Annak a testnek a térfogata, amelyet úgy kapunk, hogy az f függvény grafikonja, az abszcissza tengely és az $x = a$ és $x = b$ egyenesek által határolt síkidomot az abszcissza tengely körül 360°-kal megforgatunk, egyenlő lesz* $\boxed{V = \pi\int_a^b \left(f(x)\right)^2 \mathrm{d}x}$.

***(Bernoulli-képlet)** Legyen p valószínűségű, hogy egy adott kísérletben bekövetkezik az A esemény. Annak valószínűsége, hogy az A esemény a kísérlet n egymást követő megismétlésénél pontosan k- szor következik be* $\boxed{P(n,\ p,\ k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}}$.

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

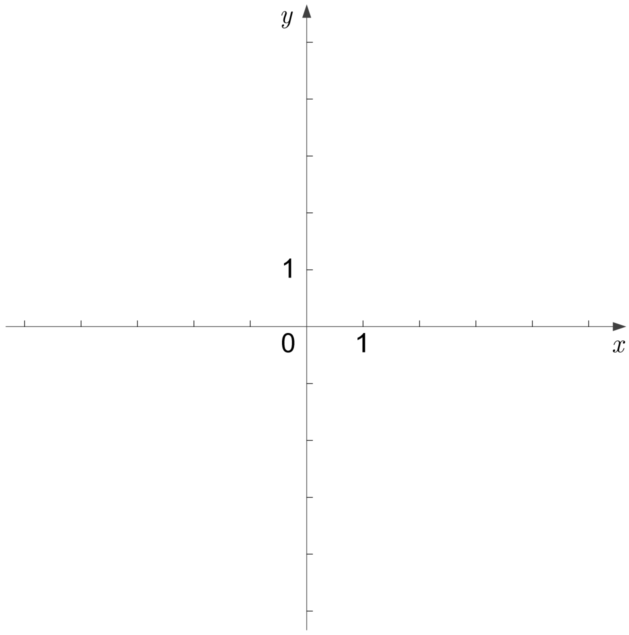
Konceptni list / ***Piszkozati lap***

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*
V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

B) KRAJŠE STRUKTURIRANE NALOGE / *RÖVIDEBB STRUKTURÁLT FELADATOK*

1. Dana je kvadratna funkcija f s predpisom $f(x) = -2x^2 - 4x$. Izračunajte ničli funkcije f, teme njenega grafa in graf narišite. Izračunajte smerni koeficient tangente na graf funkcije f v točki $A(2,\ y_0)$.

   Adott az $f(x) = -2x^2 - 4x$ hozzárendelési szabállyal megadott f másodfokú függvény. Számítsa ki az f függgény mindkét zérushelyét, a grafikonja csúcspontját, és ábrázolja a grafikonját! Számítsa ki az f függvény grafikonjához húzható érintő egyenes egyenletének iránytényezőjét az $A(2,\ y_0)$ pontban!



(8 točk/pont)

M 2 2 2 4 0 2 1 2 M 1 2

2. Na tržnici smo kupili $6{,}8$ kg jabolk najvišje kakovosti in $3{,}2$ kg jabolk običajne kakovosti. Plačali smo $16{,}02$ €. Jabolka najvišje kakovosti so za $10\ \%$ dražja od jabolk običajne kakovosti. Koliko stane kilogram jabolk najvišje kakovosti in koliko kilogram jabolk običajne kakovosti? Zapišite odgovor.

   A piacon $6{,}8$ kg *legjobb minőségű és* $3{,}2$ kg *normál minőségű almát vásároltunk.* $16{,}02$ € *-t fizettünk. A legjobb minőségű alma 10%-kal drágább a normál minőségűnél. Mennyibe kerül a legjobb minőségű alma kilója, és mennyibe a normál minőségű alma kilója? Válaszát írja le!*

   (7 točk/pont)

3. V prostoru sta dani točki $A(1,\ 2,\ 3)$ in $B(2,\ 3,\ 4)$ ter vektor $\vec{c}=(1,-2,\ 1)$. Zapišite vektor $\overrightarrow{AB}$ s koordinatami (komponentami). Izračunajte točno dolžino vektorja $\vec{c}$ in računsko dokažite, da sta vektorja $\overrightarrow{AB}$ in $\vec{c}$ pravokotna.

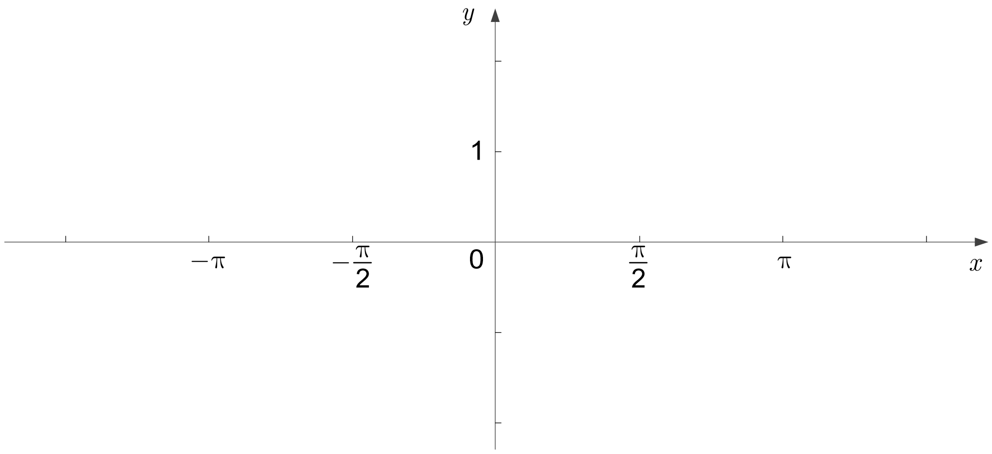
Adott a térben az $A(1,\ 2,\ 3)$ és $B(2,\ 3,\ 4)$ pont, valamint a $\vec{c}=(1,-2,\ 1)$ vektor. Írja fel az $\overrightarrow{AB}$ vektort koordinátáival (komponenseivel)! Számítsa ki a $\vec{c}$ vektor pontos hosszúságát, és bizonyítsa algebrai úton, hogy az $\overrightarrow{AB}$ és a $\vec{c}$ vektorok merőlegesek egymásra!

(6 točk/pont)

4. Dani sta funkciji $f,\ g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ s predpisoma $f(x)=\sin(2x)$ in $g(x)=\cos x$.

V koordinatni sistem narišite graf funkcije f.

Adottak az $f(x)=\sin(2x)$ és $g(x)=\cos x$ hozzárendelési szabállyal megadott $f,\ g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ függvények. Ábrázolja az f függvény grafikonját a koordináta-rendszerben!



Izračunajte abscise presečišč grafov funkcij f in g.

Számítsa ki az f és g függvénygrafikonok metszéspontjainak abszcisszáit!

(7 točk/pont)

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!
V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!

5. Dano je aritmetično zaporedje s splošnim členom $a_n = 2n - 2$.

Izračunajte vsoto $\sum_{n=1}^{100} a_n = a_1 + a_2 + ... + a_{100}$.

Dokažite, da je zaporedje, ki je dano s splošnim členom $b_n = 2^{a_n}$, geometrijsko.

Adott az $a_n = 2n - 2$ általános tagú számtani sorozat.

Számítsa ki a $\sum_{n=1}^{100} a_n = a_1 + a_2 + ... + a_{100}$ összeget!

Bizonyítsa be, hogy a $b_n = 2^{a_n}$ általános taggal megadott sorozat mértani!

(6 točk/pont)

M 2 2 2 4 0 2 1 2 M 1 6

6. Na zabavi je bilo 16 ljudi: 4 poročeni pari, 5 samskih moških in 3 samske ženske. Za družabno igro naključno izberemo 2 osebi. Izračunajte verjetnosti dogodkov:
A – izbrani osebi sta zakonski par,
B – izbrani osebi sta samski in različnega spola.

16 ember volt a buliban: 4 házaspár, 5 egyedülálló férfi és 3 egyedülálló nő. Egy társasjátékra véletlenszerűen kiválasztunk 2 személyt. Számítsa ki a következő események valószínűségét:
A *– a kiválasztott személyek házastársak,*
B *– a kiválasztott személyek egyedülállók, és különböző neműek.*

(6 točk/pont)

Rezervna stran / *Tartalék oldal*

OBRNITE LIST.
LAPOZZON!

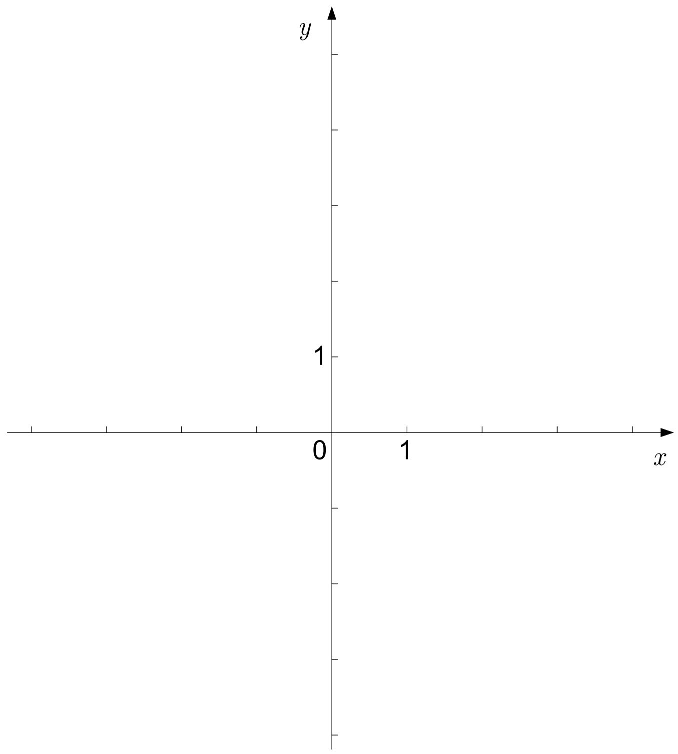
C) STRUKTURIRANE NALOGE / *STRUKTURÁLT FELADATOK*

1. Dani sta funkciji s predpisoma $f(x)=x^3$ in $g(x)=x^{-2}$.

Adott az $f(x)=x^3$ és $g(x)=x^{-2}$ hozzárendelési szabállyal megadott függvény.

1.1. V koordinatni sistem narišite grafa funkcij f in g.

Ábrázolja az f és g függvény grafikonját a koordináta-rendszerben!



(2 točki/pont)

1.2. Izračunajte odvoda funkcij f in g ter kot med grafoma v presečišču.

Számítsa ki az f és g függvény deriváltját, és a grafikonok hajlásszögét a metszéspontjukban!

(4 točke/pont)

1.3. Natančno izračunajte število b, $b>1$, za katero je ploščina lika, omejenega z grafoma funkcij f in g, abscisno osjo in premico z enačbo $x=b$, enaka $\frac{9}{8}$.

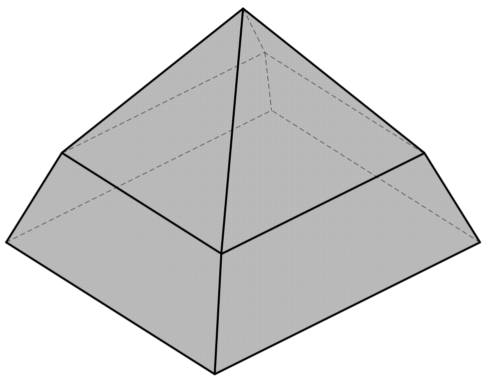
Pontosan számítsa ki azt a b, $b>1$ számot, amelyre az f és g függvény grafikonja, az abszcisszatengely és az $x=b$ egyenletű egyenes $\frac{9}{8}$ területű síkidomot határol!

(4 točke/pont)

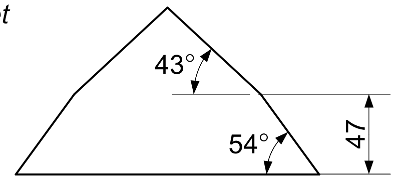
M 2 2 2 4 0 2 1 2 M 2 0

2. Zlomljena piramida je staroegipčanska piramida v kraljevi nekropoli v Dahšurju, približno 40 km južno od Kaira. Stranska ploskev spodnjega dela piramide ima naklon 54°, vršni del nad višino 47 m pa je bolj položen in ima naklon 43°, kar daje piramidi nenavaden zlomljen videz. Dolžina stranice osnovnega kvadrata je 190 m. Glejte sliko.

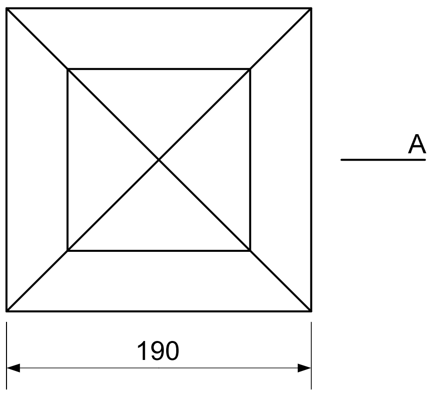
A tört falú piramis Dahsúr királyi nekropoliszának egyik őgörög piramisa, Kairótól körülbelül 40 km-re található. A piramis oldallapjának alsó része 54° *hajlásszögű, a 47 m feletti felső része pedig lankásabb, a hajlásszöge* 43°*, ennek következtében a piramis furcsa, megtört alakú. Az alaplapul szolgáló négyzet oldala 190 m. Nézze meg a képet!*



Prerez A / *A metszet*



Tloris piramide
A piramis felülnézeti képe



2.1. Izračunajte višino zlomljene piramide.

Számítsa ki a tört falú piramis magasságát!

(3 točke/pont)

2.2. Izračunajte prostornino zlomljene piramide.

Számítsa ki a tört falú piramis térfogatát!

(3 točke/pont)

2.3. Zunanjost piramide je bila obložena z belim marmorjem. Koliko m^2 belega marmorja bi potrebovali za restavracijo piramide?

A piramis külsejét fehér márvánnyal borították. Hány m^2 *fehér márványra lenne szükségünk a piramis restaurálásakor?*

(4 točke/pont)

Višino zapišite do metra natančno, prostornino in površino marmorja pa na štiri mesta natančno.

A magasságot méter pontossággal, a térfogatot és a márvány felszínét négy értékes számjegy pontossággal adja meg!

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!
V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!

M 2 2 2 4 0 2 1 2 M 2 2

Rezervna stran / *Tartalék oldal*

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*
V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

Prazna stran

Üres oldal

M 2 2 2 4 0 2 1 2 M 2 4

Prazna stran

Üres oldal