Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 2 3 1 4 0 1 1 1 M

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK
TAVASZI VIZSGAIDŐSZAK

Osnovna raven
Alapszint

MATEMATIKA

Izpitna pola 1
1. feladatlap

A) Kratke naloge / *Rövid feladatok*
B) Krajše strukturirane naloge / *Rövidebb strukturált feladatok*

Sobota, 3. junij 2023 / 90 minut (30 + 60)
2023. június 3., szombat / 90 perc (30 + 60)

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko in geometrijsko orodje (šestilo in ravnilo, lahko tudi trikotnik).
Priloga s formulami in konceptna lista so na perforiranih listih, ki jih kandidat pazljivo iztrga.

Engedélyezett segédeszközök: A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, rajzeszközöket (körzőt és vonalzót, esetleg háromszöget).
A képleteket tartalmazó lap és a vázlatkészítéshez mellékelt lap perforált, ezeket a jelölt óvatosan kiszakíthatja.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 20 strani, od tega 2 rezervni.
A feladatlap 20 oldalas, ebből 2 tartalék.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Pri reševanju te izpitne pole uporaba računala ni dovoljena.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani).

Izpitna pola je sestavljena iz dveh delov, dela A in dela B. Časa za reševanje je 90 minut. Priporočamo vam, da za reševanje dela A porabite 30 minut, za reševanje dela B pa 60 minut.

Izpitna pola vsebuje 8 kratkih nalog v delu A in 6 krajših strukturiranih nalog v delu B. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 60, od tega 20 v delu A in 40 v delu B. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom v izpitno polo v za to predvideni prostor **znotraj okvirja**. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 13 in 20 sta rezervni; uporabite ju le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

E feladatlap megoldása során számológép nem alkalmazható.

Ragassza vagy írja be kódszámát (az első oldal jobb felső sarkában levő keretbe)!

A feladatlap két részből áll, az A és a B részből. A megoldásukra 90 perc áll a rendelkezésére. Azt javasoljuk, hogy az A részre 30 percet, a B részre 60 percet fordítson!

A feladatlap 8 rövid feladatot tartalmaz az A részben és 6 rövidebb strukturált feladatot a B részben. Összesen 60 pontot érhet el, ebből 20-at az A, és 40-et a B részben. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

*Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a feladatlap erre kijelölt helyére, **a kereten belülre**! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 13. és 20. oldal tartalék; ide csak akkor írjon, ha elfogy a helye. Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatok megoldását írta erre az oldalra! A piszkozati lapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékelje az értékelő tanár!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!

Formule

(**Vsota in razlika kubov**) Za poljubna $a,\ b \in \mathbb{R}$ velja $\boxed{a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)}$.

(**Evklidov in višinski izrek**) Pravokotni trikotnik ima kateti a in b ter hipotenuzo c. Višina na hipotenuzo je v_c, pravokotna projekcija katete a na hipotenuzo je a_1, pravokotna projekcija katete b na hipotenuzo pa b_1. Tedaj velja $\boxed{a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1}$, $\boxed{v_c^2 = a_1b_1}$.

(**Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga**) Trikotnik ima stranice a, b in c, polovica obsega je $s = \dfrac{a+b+c}{2}$, ploščina je S, polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je r in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je R. Tedaj je $\boxed{r = \dfrac{S}{s}}$ in $\boxed{R = \dfrac{abc}{4S}}$.

(**Heronova formula**) Trikotnik ima stranice a, b in c, polovica obsega je $s = \dfrac{a+b+c}{2}$. Tedaj je njegova ploščina $\boxed{S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(**Ploščina trikotnika**) Naj bodo $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ in $C(x_3,\ y_3)$ točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči A, B in C je $\boxed{S = \dfrac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|}$.

(**Krogla**) Površina in prostornina krogle s polmerom r sta $\boxed{P = 4\pi r^2,\ V = \dfrac{4\pi r^3}{3}}$.

(**Adicijski izreki**) Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R}$ velja

$\boxed{\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y}$, $\boxed{\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y}$.

Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + \pi \cdot k;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$, za katera je $x + y \neq \dfrac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ za poljuben $k \in \mathbb{Z}$ in $\tan x \tan y \neq -1$, velja $\boxed{\tan(x \pm y) = \dfrac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}}$.

(**Kotne funkcije polovičnih kotov**)

Za poljuben $x \in \mathbb{R}$ velja $\boxed{\sin^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 - \cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 + \cos x}{2}}$.

Za poljuben $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + \pi \cdot 2k;\ k \in \mathbb{Z}\}$ velja $\boxed{\tan \dfrac{x}{2} = \dfrac{\sin x}{1 + \cos x}}$.

(**Elipsa**) Elipsa v ravnini ima polosi a in b $(a > b)$, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 - b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \dfrac{e}{a}}$.

(**Hiperbola**) Hiperbola v ravnini ima realno polos a in imaginarno polos b, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \dfrac{e}{a}}$.

(**Parabola**) Parabola v ravnini z enačbo $y^2 = 2px$ ima gorišče v $\boxed{G\left(\dfrac{p}{2},\ 0\right)}$, enačba premice vodnice dane parabole pa je $\boxed{x = -\dfrac{p}{2}}$.

(**Aritmetično zaporedje**) Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja (a_n) je $\boxed{S_n = \dfrac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(**Geometrijsko zaporedje**) Vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja (a_n) s kvocientom $q \in \mathbb{R}$ je $\boxed{S_n = \dfrac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, če je $q \neq 1$, in $\boxed{S_n = na_1}$, če je $q = 1$.

(**Limiti**) $\boxed{\lim\limits_{n \to \infty}\left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^n = e}$ in $\boxed{\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1}$.

Képletek

(Köbök összege és különbsége) *Tetszőleges* $a,\ b \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll* $\boxed{a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)}$.

(Euklidesz-tétel (befogótétel) és a magasságtétel) *A derékszögű háromszög befogói* a *és* b, *az átfogója* c. *Az átfogóhoz tartozó magasság* v_c, *az* a *befogó merőleges vetülete az átfogóra* a_1, *a* b *befogó merőleges vetülete az átfogóra* b_1. *Ekkor fennáll:* $\boxed{a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1}$, $\boxed{v_c^2 = a_1 b_1}$.

(A háromszög beírt és körülírt körének sugara) *A háromszög oldalai* a, b *és* c, *a félkerület* $s = \dfrac{a+b+c}{2}$, *a területe* S, *az adott háromszög beírt körének sugara* r *és az adott háromszög körülírt körének sugara* R. *Ekkor fennáll:* $\boxed{r = \dfrac{S}{s}}$ *és* $\boxed{R = \dfrac{abc}{4S}}$.

(Héron-képlet) *A háromszög oldalai* a, b *és* c, *a félkerület* $s = \dfrac{a+b+c}{2}$. *Ekkor a területe* $\boxed{S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(A háromszög területe) *Legyenek az* $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ *és* $C(x_3,\ y_3)$ *síkbeli pontok. Az* A, B *és* C *csúcsú háromszög területe:* $\boxed{S = \dfrac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|}$.

(Gömb) *Az* r *sugarú gömb felszíne és térfogata* $\boxed{P = 4\pi r^2,\ V = \dfrac{4\pi r^3}{3}}$.

(Addíciós tételek) *Tetszőleges* $x,\ y \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll*

$\boxed{\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y}$, $\boxed{\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y}$.

Tetszőleges $x,\ y \in \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + \pi \cdot k;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$, *amelyre* $x + y \neq \dfrac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ *tetszőleges* $k \in \mathbb{Z}$ *és* $\tan x \tan y \neq -1$, *fennáll* $\boxed{\tan(x \pm y) = \dfrac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}}$.

(A félszögek szögfüggvényei)

Tetszőleges $x \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll* $\boxed{\sin^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 - \cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 + \cos x}{2}}$.

Tetszőleges $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + \pi \cdot 2k;\ k \in \mathbb{Z}\}$ *esetén fennáll* $\boxed{\tan \dfrac{x}{2} = \dfrac{\sin x}{1 + \cos x}}$.

(Ellipszis) *A síkbeli ellipszis féltengelyei* a *és* b $(a > b)$, *a lineáris excentricitása* e, *a numerikus excentricitása* ε. *Ekkor fennáll:* $\boxed{e^2 = a^2 - b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \dfrac{e}{a}}$.

(Hiperbola) *A síkbeli hiperbola valós féltengelye* a, *képzetes féltengelye* b, *a lineáris excentricitása* e, *a numerikus excentricitása* ε. *Ekkor fennáll:* $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \dfrac{e}{a}}$.

(Parabola) *Az* $y^2 = 2px$ *egyenletű síkbeli parabola* $\boxed{G\left(\dfrac{p}{2},\ 0\right)}$ *fókuszponttal, az adott parabola vezéregyenesének egyenlete* $\boxed{x = -\dfrac{p}{2}}$.

(Számtani sorozat) *Az* (a_n) *számtani sorozat első* n *elemének összege* $\boxed{S_n = \dfrac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(Mértani sorozat) *A* $q \in \mathbb{R}$ *hányadosú* (a_n) *mértani sorozat első* n *elemének összege* $\boxed{S_n = \dfrac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, *ha* $q \neq 1$, *és* $\boxed{S_n = na_1}$, *ha a* $q = 1$.

(Határértékek) $\boxed{\lim\limits_{n \to \infty}\left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^n = e}$ *és* $\boxed{\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1}$.

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*
V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

M 2 3 1 4 0 1 1 1 M 0 6

Konceptni list / *Piszkozati lap*

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

Konceptni list / *Piszkozati lap*

A) KRATKE NALOGE / *RÖVID FELADATOK*

1. Dani sta množici $A=\{1,\ 2,\ 3\}$ in $B=\{3,\ 4,\ 6\}$. Z naštevanjem elementov zapišite množici $A\cup B$ in $A\cap B$.
Adott az $A=\{1,\ 2,\ 3\}$ és $B=\{3,\ 4,\ 6\}$ halmaz. Az elemek felsorolásával adja meg az $A\cup B$ és az $A\cap B$ halmazt!

(2 točki/pont)

2. Izračunajte $\frac{1}{2+\mathrm{i}}$ in rezultat zapišite v obliki $a+b\mathrm{i}$, $a,\ b\in\mathbb{R}$.
Számítsa ki az $\frac{1}{2+\mathrm{i}}$ értékét, és az eredményt írja fel $a+b\mathrm{i}$, $a,\ b\in\mathbb{R}$ alakban!

(3 točke/pont)

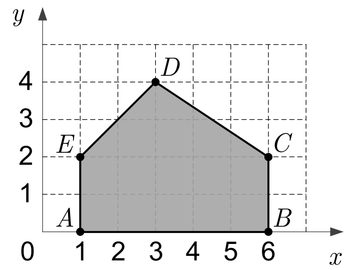
3. Preoblikujte besedilo v matematični (algebrski) zapis:
Od kvadrata vsote števil a in b odštejemo petkratnik kvadrata števila c.
A szöveget írja fel matematikai (algebrai) jelekkel:
Az a és b számok összegének négyzetéből kivonjuk a c szám négyzetének ötszörösét.

(2 točki/pont)

4. Poenostavite ulomek $\dfrac{3^{x+1}-2\cdot 3^{x}-3^{x-1}}{4\cdot 3^{x-1}}$.
Hozza egyszerűbb alakra a $\dfrac{3^{x+1}-2\cdot 3^{x}-3^{x-1}}{4\cdot 3^{x-1}}$ *törtet!*

(3 točke/pont)

5. Izračunajte ploščino lika $ABCDE$ na sliki.
Számítsa ki a képen látható $ABCDE$ síkidom területét!



(3 točke/pont)

6. Izračunajte vrednost izraza $8\left(\log_2 32 + 2^{-3}\right)$.
Számítsa ki a $8\left(\log_2 32 + 2^{-3}\right)$ *kifejezés értékét!*

(3 točke/pont)

M 2 3 1 4 0 1 1 1 M 1 2

7. Izračunajte $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$, če je $\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 6$ in $\int_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$.

Számítsa ki az $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ *értékét, ha* $\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 6$ *és* $\int_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$ *!*

(1 točka/pont)

8. Rešite kvadratno enačbo $x^2 + 2x + 2 = 0$ v kompleksnem.
Oldja meg az $x^2 + 2x + 2 = 0$ *egyenletet a komplex számok halmazán!*

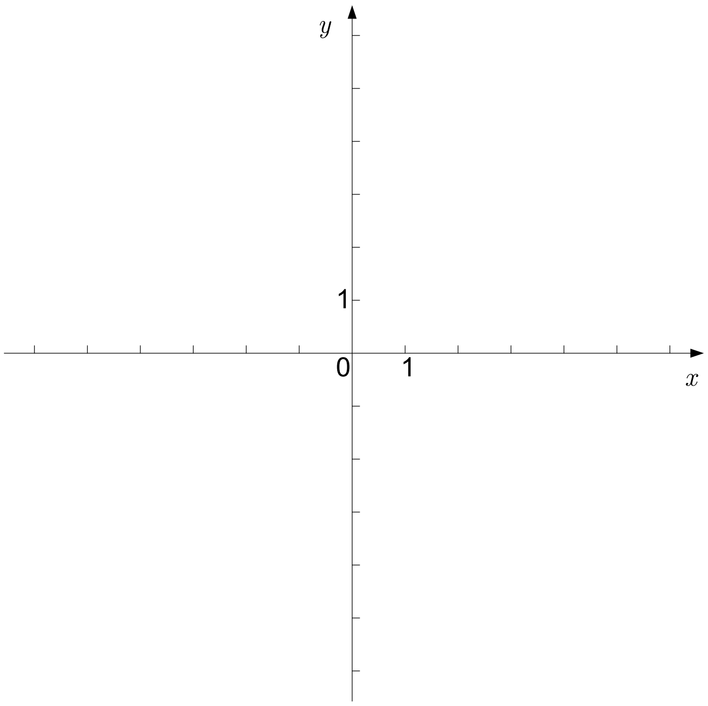
(3 točke/pont)

Rezervna stran / *Tartalék oldal*

OBRNITE LIST.
LAPOZZON!

B) KRAJŠE STRUKTURIRANE NALOGE / *RÖVIDEBB STRUKTURÁLT FELADATOK*

1. Narišite premici z enačbama $y=-3$ in $y=-2x+3$ ter izračunajte ploščino trikotnika, ki ga premici oklepata z ordinatno osjo.
   Ábrázolja az $y=-3$ és $y=-2x+3$ egyenletű egyeneseket, és számítsa ki annak a háromszögnek a területét, amelyet az ordinátatengellyel határolnak!



(6 točk/pont)

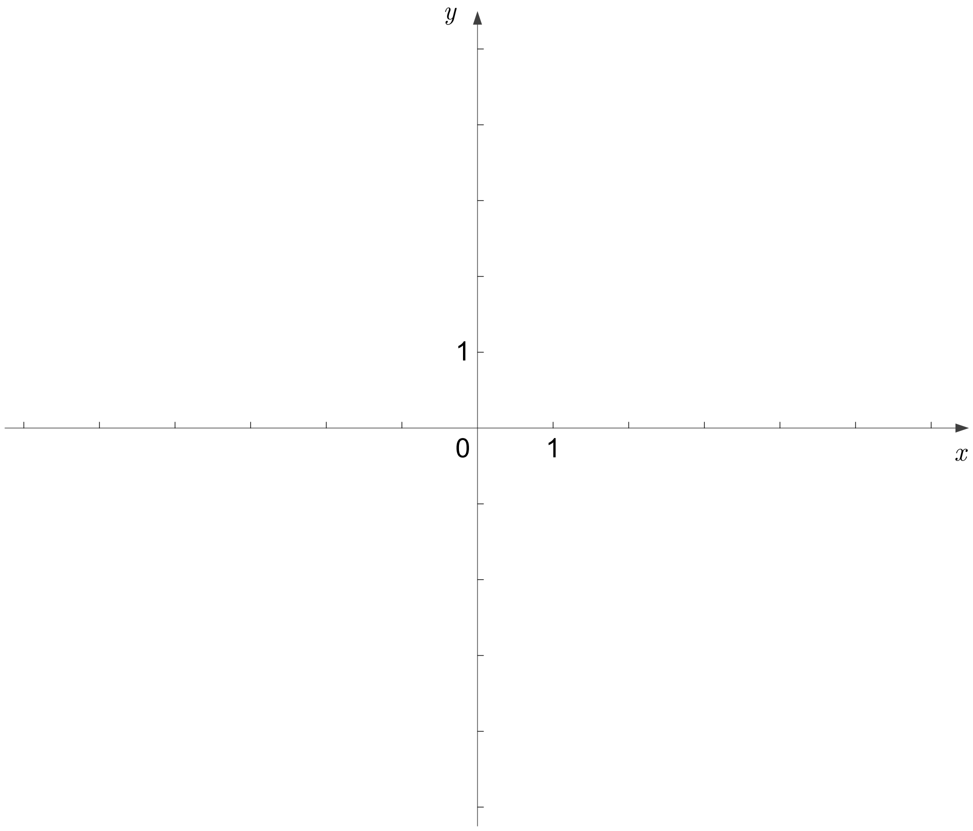
2. Izračunajte osnovo a logaritemske funkcije $f(x)=\log_a x$, katere graf poteka skozi točko $A\left(\frac{1}{8},-\frac{3}{2}\right)$.

Számítsa ki az $f(x)=\log_a x$ logaritmusfüggvény a alapját, ha fennáll, hogy a grafikonja illeszkedik az $A\left(\frac{1}{8},-\frac{3}{2}\right)$ pontra!

(6 točk/pont)

3. Izračunajte ničle, pole, začetno vrednost in asimptoto funkcije $f(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{x^2-4}$ ter narišite njen graf. (Opomba: pri reševanju naloge ni treba računati odvoda funkcije.)

Számítsa ki az $f(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{x^2-4}$ *függvény zérushelyeit, pólusait, 0 helyen felvett helyettesítési értékét és aszimptotáját, valamint ábrázolja a grafikonját! (Megjegyzés: a feladat megoldása során nem kell kiszámítania a függvény deriváltját.)*



(8 točk/pont)

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!
V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!

4. Naj bo $\cos x = \frac{1}{3}$ in $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$. Izračunajte natančni vrednosti izrazov $\sin x$ in $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

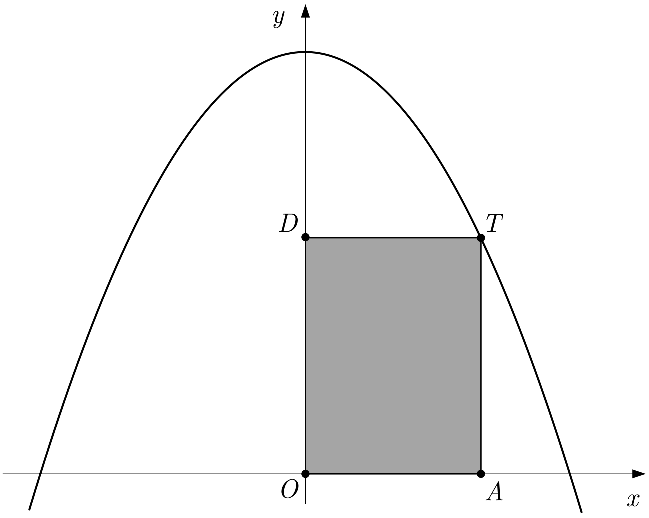
Legyen $\cos x = \frac{1}{3}$ *és* $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$. *Számítsa ki a* $\sin x$ *és a* $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ *kifejezések pontos értékét!*

(6 točk/pont)

5. Preverite, da je število -1 dvojna ničla polinoma $p(x) = 2x^4 + 7x^3 + 6x^2 - x - 2$. Poiščite še preostali dve ničli.
Ellenőrizze, hogy a -1 *kétszeres zérushelye-e a* $p(x) = 2x^4 + 7x^3 + 6x^2 - x - 2$ *polinomnak! Határozza meg a másik két zérushelyet is!*

(7 točk/pont)

6. Točka T leži v prvem kvadrantu na grafu funkcije $f(x)=6-x^2$ tako, da je ploščina pravokotnika $OATD$ maksimalna. Glejte sliko. Izračunajte ploščino pravokotnika $OATD$.
A T pont az $f(x)=6-x^2$ függvény grafikonjára illeszkedik az első síknegyedben úgy, hogy az $OATD$ téglalap területe maximális. Vegye szemügyre az ábrát! Számítsa ki az $OATD$ téglalap területét!



(7 točk/pont)

M 2 3 1 4 0 1 1 1 M 2 0

Rezervna stran / *Tartalék oldal*