Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 2 3 1 4 0 1 1 2 M

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK
TAVASZI VIZSGAIDŐSZAK

Osnovna raven
Alapszint

MATEMATIKA

Izpitna pola 2
2. feladatlap

A) Kratke naloge / *Rövid feladatok*
B) Krajše strukturirane naloge / *Rövidebb strukturált feladatok*

Sobota, 3. junij 2023 / 90 minut (30 + 60)
2023. június 3., szombat / 90 perc (30 + 60)

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, geometrijsko orodje (šestilo in ravnilo, lahko tudi trikotnik) in računalo. Priloga s formulami in konceptna lista so na perforiranih listih, ki jih kandidat pazljivo iztrga.

Engedélyezett segédeszközök: A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, rajzeszközöket (körzőt és vonalzót, esetleg háromszöget) és számológépet hoz magával. A képleteket tartalmazó lap és a vázlatkészítéshez mellékelt lap perforált, ezeket a jelölt óvatosan kiszakíthatja.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 20 strani, od tega 2 rezervni.
A feladatlap 20 oldalas, ebből 2 tartalék.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani).

Izpitna pola je sestavljena iz dveh delov, dela A in dela B. Časa za reševanje je 90 minut. Priporočamo vam, da za reševanje dela A porabite 30 minut, za reševanje dela B pa 60 minut.

Izpitna pola vsebuje 8 kratkih nalog v delu A in 6 krajših strukturiranih nalog v delu B. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 60, od tega 20 v delu A in 40 v delu B. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom v izpitno polo v za to predvideni prostor **znotraj okvirja**. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 13 in 20 sta rezervni; uporabite ju le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát (az első oldal jobb felső sarkában levő keretbe)!

A feladatlap két részből áll, az A és a B részből. A megoldásukra 90 perc áll a rendelkezésére. Azt javasoljuk, hogy az A részre 30 percet, a B részre 60 percet fordítson!

A feladatlap 8 rövid feladatot tartalmaz az A részben és 6 rövidebb strukturált feladatot a B részben. Összesen 60 pontot érhet el, ebből 20-at az A, és 40-et a B részben. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

*Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a feladatlap erre kijelölt helyére, **a kereten belülre**! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 13. és 20. oldal tartalék; ide csak akkor írjon, ha elfogy a helye. Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatok megoldását írta erre az oldalra! A piszkozati lapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékelje az értékelő tanár!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

(**Vsota in razlika kubov**) Za poljubna $a,\ b \in \mathbb{R}$ velja $\boxed{a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)}$.

(**Evklidov in višinski izrek**) Pravokotni trikotnik ima kateti a in b ter hipotenuzo c. Višina na hipotenuzo je v_c, pravokotna projekcija katete a na hipotenuzo je a_1, pravokotna projekcija katete b na hipotenuzo pa b_1. Tedaj velja $\boxed{a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1}$, $\boxed{v_c^2 = a_1 b_1}$.

(**Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga**) Trikotnik ima stranice a, b in c, polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$, ploščina je S, polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je r in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je R. Tedaj je $\boxed{r = \frac{S}{s}}$ in $\boxed{R = \frac{abc}{4S}}$.

(**Heronova formula**) Trikotnik ima stranice a, b in c, polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$. Tedaj je njegova ploščina $\boxed{S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(**Ploščina trikotnika**) Naj bodo $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ in $C(x_3,\ y_3)$ točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči A, B in C je $\boxed{S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|}$.

(**Krogla**) Površina in prostornina krogle s polmerom r sta $\boxed{P = 4\pi r^2,\ V = \frac{4\pi r^3}{3}}$.

(**Adicijski izreki**) Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R}$ velja
$\boxed{\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y}$, $\boxed{\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y}$.

Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + \pi \cdot k;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$, za katera je $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ za poljuben $k \in \mathbb{Z}$ in $\tan x \tan y \neq -1$, velja $\boxed{\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}}$.

(**Kotne funkcije polovičnih kotov)**

Za poljuben $x \in \mathbb{R}$ velja $\boxed{\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}}$.

Za poljuben $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + \pi \cdot 2k;\ k \in \mathbb{Z}\}$ velja $\boxed{\tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}}$.

(**Elipsa**) Elipsa v ravnini ima polosi a in b $(a > b)$, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 - b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(**Hiperbola**) Hiperbola v ravnini ima realno polos a in imaginarno polos b, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(**Parabola**) Parabola v ravnini z enačbo $y^2 = 2px$ ima gorišče v $\boxed{G\left(\frac{p}{2},\ 0\right)}$, enačba premice vodnice dane parabole pa je $\boxed{x = -\frac{p}{2}}$.

(**Aritmetično zaporedje**) Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja (a_n) je $\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(**Geometrijsko zaporedje**) Vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja (a_n) s kvocientom $q \in \mathbb{R}$ je $\boxed{S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, če je $q \neq 1$, in $\boxed{S_n = na_1}$, če je $q = 1$.

(**Limiti**) $\boxed{\lim_{n \to \infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e}$ in $\boxed{\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1}$.

Képletek

(Köbök összege és különbsége) *Tetszőleges* $a,\ b \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll* $\boxed{a^3 \pm b^3 = (a \pm b)\left(a^2 \mp ab + b^2\right)}$.

(Euklidesz-tétel (befogótétel) és a magasságtétel) *A derékszögű háromszög befogói* a *és* b, *az átfogója* c. *Az átfogóhoz tartozó magasság* v_c, *az* a *befogó merőleges vetülete az átfogóra* a_1, *a* b *befogó merőleges vetülete az átfogóra* b_1. *Ekkor fennáll:* $\boxed{a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1}$, $\boxed{v_c^2 = a_1 b_1}$.

(A háromszög beírt és körülírt körének sugara) *A háromszög oldalai* $a,$ b *és* c, *a félkerület* $s = \dfrac{a+b+c}{2}$, *a területe* S, *az adott háromszög beírt körének sugara* r *és az adott háromszög körülírt körének sugara* R. *Ekkor fennáll:* $\boxed{r = \dfrac{S}{s}}$ *és* $\boxed{R = \dfrac{abc}{4S}}$.

(Héron-képlet) *A háromszög oldalai* $a,$ b *és* c, *a félkerület* $s = \dfrac{a+b+c}{2}$. *Ekkor a területe* $\boxed{S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(A háromszög területe) *Legyenek az* $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ *és* $C(x_3,\ y_3)$ *síkbeli pontok. Az* A, B *és* C *csúcsú háromszög területe:* $\boxed{S = \dfrac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|}$.

(Gömb) *Az* r *sugarú gömb felszíne és térfogata* $\boxed{P = 4\pi r^2,\ V = \dfrac{4\pi r^3}{3}}$.

(Addíciós tételek) *Tetszőleges* $x,\ y \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll*

$\boxed{\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y}$, $\boxed{\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y}$.

Tetszőleges $x,\ y \in \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + \pi \cdot k;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$, *amelyre* $x + y \neq \dfrac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ *tetszőleges* $k \in \mathbb{Z}$ *és* $\tan x \tan y \neq -1$, *fennáll* $\boxed{\tan(x \pm y) = \dfrac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}}$.

(A félszögek szögfüggvényei)

Tetszőleges $x \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll* $\boxed{\sin^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 - \cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 + \cos x}{2}}$.

Tetszőleges $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + \pi \cdot 2k;\ k \in \mathbb{Z}\}$ *esetén fennáll* $\boxed{\tan \dfrac{x}{2} = \dfrac{\sin x}{1 + \cos x}}$.

(Ellipszis) *A síkbeli ellipszis féltengelyei* a *és* b $(a > b)$, *a lineáris excentricitása* e, *a numerikus excentricitása* ε. *Ekkor fennáll:* $\boxed{e^2 = a^2 - b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \dfrac{e}{a}}$.

(Hiperbola) *A síkbeli hiperbola valós féltengelye* a, *képzetes féltengelye* b, *a lineáris excentricitása* e, *a numerikus excentricitása* ε. *Ekkor fennáll:* $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \dfrac{e}{a}}$.

(Parabola) *Az* $y^2 = 2px$ *egyenletű síkbeli parabola* $\boxed{G\left(\dfrac{p}{2},\ 0\right)}$ *fókuszponttal, az adott parabola vezéregyenesének egyenlete* $\boxed{x = -\dfrac{p}{2}}$.

(Számtani sorozat) *Az* (a_n) *számtani sorozat első* n *elemének összege* $\boxed{S_n = \dfrac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(Mértani sorozat) *A* $q \in \mathbb{R}$ *hányadosú* (a_n) *mértani sorozat első* n *elemének összege* $\boxed{S_n = \dfrac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, *ha* $q \neq 1$, *és* $\boxed{S_n = na_1}$, *ha a* $q = 1$.

(Határértékek) $\boxed{\lim\limits_{n \to \infty}\left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^n = e}$ *és* $\boxed{\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1}$.

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

Konceptni list / *Piszkozati lap*

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*
V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

Konceptni list / *Piszkozati lap*

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*
V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!

A) KRATKE NALOGE / *RÖVID FELADATOK*

1. Dano je aritmetično zaporedje s splošnim členom $a_n = 17n - 2023,\ n \in \mathbb{N}$. Zapišite diferenco in izračunajte a_{100}.
Adott az $a_n = 17n - 2023,\ n \in \mathbb{N}$ általános tagú számtani sorozat. Írja fel a különbségét, és számítsa ki az a_{100} értékét!

$d =$ $\boxed{}$

$a_{100} =$ $\boxed{}$

(2 točki/pont)

2. Dijaki oddelkov 1A, 1B in 1C so ob isti uri pisali enako matematično pisno nalogo. Podatki o povprečnih ocenah in številu dijakov v oddelkih so zbrani v preglednici.
Az 1A, 1B és 1C tagozatú diákok ugyanazon az órán ugyanazt a matematika írásbeli dolgozatot írták. Az átlagosztályzatok és a diákok létszámára vonatkozó adatok kiolvashatók a táblázatból.

Oddelek *Tagozat*	Povprečna ocena oddelka *A tagozat átlagosztályzata*	Število dijakov v oddelku *A tagozat létszáma*
1A	2,8	25
1B	3,3	30
1C	3,5	22

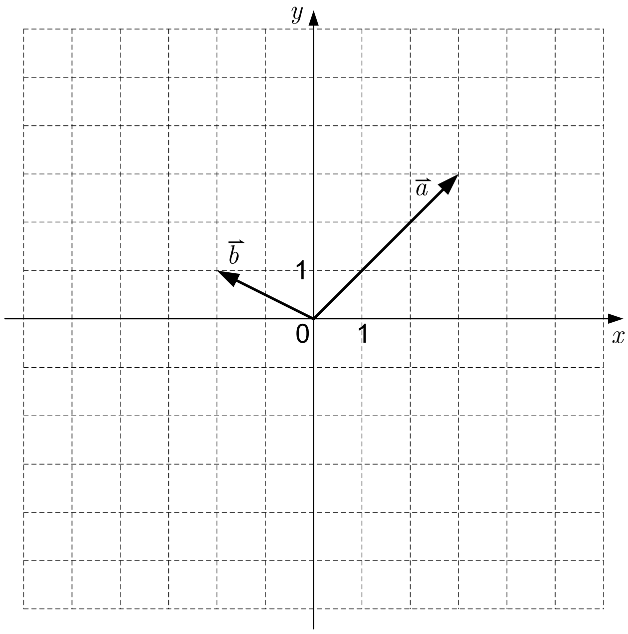
Na desetinko natančno izračunajte povprečno oceno dijakov vseh treh oddelkov pri tej pisni nalogi.
Egy tizedes jegy pontossággal számítsa ki a diákok átlagosztályzatát mindhárom tagozatban együtt ennél az írásbeli dolgozatnál!

(3 točke/pont)

M 2 3 1 4 0 1 1 2 M 1 0

3. Narišite vektorja $\vec{u}=\vec{a}+\vec{b}$ in $\vec{v}=-2\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{a}$.

Ábrázolja az $\vec{u}=\vec{a}+\vec{b}$ és $\vec{v}=-2\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{a}$ vektort!



(2 točki/pont)

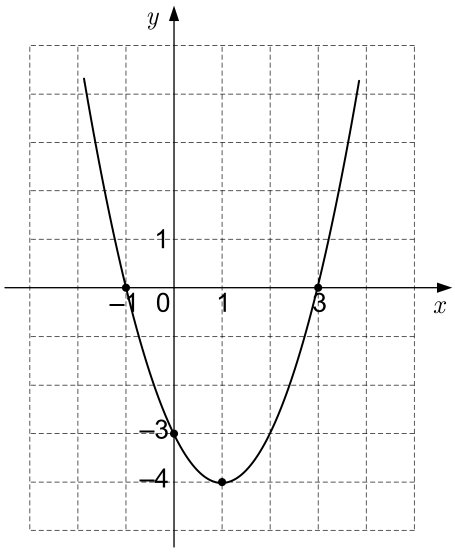
4. Poenostavite izraze v prvem stolpcu preglednice in izberite rešitev v drugem stolpcu. Glejte rešeni primer v prvi vrstici.
Hozza egyszerűbb alakra a táblázat első oszlopában levő kifejezéseket, és válassza ki a megoldást a második oszlopban. Vegye szemügyre az első sorban látható példát!

Izraz / *Kifejezés*	Rešitev / *Megoldás*		
$2\cos^2 x-2\sin^2 x$	$2\cos x$	$2\cos 2x$	$2\sin x$
$\frac{\sin 2x}{\sin x}$	$2\cos x$	2	$2\sin x$
$\frac{x-2}{x^2-4}$	$x-4$	$\frac{1}{x-2}$	$\frac{1}{x+2}$
$\frac{n!}{(n-2)!}$	$\left(\frac{n}{n-2}\right)!$	n^2	$n(n-1)$

(3 točke/pont)

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!* V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!* V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

5. Parabola na sliki je graf kvadratne funkcije $f(x) = ax^2 + bx + c$.
A képen látható parabola az $f(x) = ax^2 + bx + c$ másodfokú függvény grafikonja.



Koeficienti funkcije so / *A függvény együtthatói* $a =$, $b = -2$, $c =$.

Teme parabole je točka / *A parabola csúcspontja a* $T($, $)$.

(3 točke/pont)

6. Na koliko različnih načinov se lahko postavi v vrsto za kosilo 5 odraslih in 3 otroci, če naj stojijo otroci skupaj?
Hány különböző módon állhat sorba az ebédért 5 felnőtt és 3 gyerek úgy, hogy a gyerekek együtt álljanak?

(2 točki/pont)

M 2 3 1 4 0 1 1 2 M 1 2

7. Valj s prostornino $V = 10\ \text{dm}^3$ ima višino $9\ \text{cm}$. Koliko milimetrov meri polmer osnovne ploskve valja?
A $V = 10\ \text{dm}^3$ *térfogatú henger magassága* $9\ \text{cm}$. *Hány milliméter a henger alaplapjának sugara?*

(3 točke/pont)

8. Dan je trikotnik ABC s podatki $c = 7$, $a = 8$ in $\beta = 60°$. Izračunajte ploščino trikotnika ABC.
Adott az ABC *háromszög a következő adatokkal:* $c = 7$, $a = 8$ *és* $\beta = 60°$. *Számítsa ki az* ABC *háromszög területét!*

(2 točki/pont)

Rezervna stran / *Tartalék oldal*

OBRNITE LIST.
LAPOZZON!

B) KRAJŠE STRUKTURIRANE NALOGE / *RÖVIDEBB STRUKTURÁLT FELADATOK*

1. V spodnji tabeli je v srednjem stolpcu zapisan predpis funkcije f, v prvem stolpcu njen nedoločeni integral, v tretjem pa njen odvod. Dopolnite tabelo. V prvi vrstici je zapisan primer.
Az alábbi táblázatban a középső oszlopban az f függvény hozzárendelési szabálya, az első oszlopban a határozatlan integrálja, a harmadikban pedig a deriváltja van. Egészítse ki a táblázatot! Az első sorban egy példa látható.

	$\int f(x)\,\mathrm{d}x$	$f(x)$	$f'(x)$
1.	$\frac{1}{3}x^3+C$	x^2	$2x$
2.		$7x+4$	
3.		$\sin x$	
4.		e^{5x}	
5.		$\frac{1}{x}$	

(8 točk/pont)

2. Gorišči elipse sta v točkah $F_1(-4,\ 0)$ in $F_2(4,\ 0)$, eno izmed temen pa je v točki $A(0,\ -3)$.
Az ellipszis gyújtópontjai $F_1(-4,\ 0)$ és $F_2(4,\ 0)$, az egyik csúcspontja pedig az $A(0,\ -3)$ pontban van.

2.1. Zapišite enačbo elipse.
Írja fel az ellipszis egyenletét!

(5)

2.2. Zapišite enačbo krožnice s središčem v točki F_1, ki poteka skozi točko A.
Írja fel annak a körvonalnak az egyenletét, amelynek középpontja az F_1 pont, és illeszkedik az A pontra.

(2)
(7 točk/pont)

3. Pred dvema letoma je bila mama petkrat starejša od sina, čez osem let pa bo mamina starost $\frac{5}{2}$ starosti sina. Kolikšni sta starosti mame in sina danes? Zapišite odgovor.

Két éve anya ötször idősebb volt a fiánál, nyolc év múlva pedig anya életkora a fiú életkorának $\frac{5}{2}$*-e lesz. Hány évesek anya és fia ma? A válaszát írja le!*

(6 točk/pont)

4. V razredu z 28 dijaki je 20 deklet in 8 fantov.
Egy 28 fős osztályban 20 lány és 8 fiú van.

4.1. V ponedeljek bo profesor naključno izbral enega od njih in ocenil njegovo znanje. Izračunajte verjetnost, da bo izbrani dijak fant.
Hétfőn a tanár véletlenszerűen ki fog választani a diákok közül egyet, akinek osztályozza majd a tudását. Számítsa ki annak valószínűségét, hogy a kiválasztott diák fiú lesz!

(2)

4.2. V sredo bosta naključno izbrana dva. Izračunajte verjetnost, da bosta to dekleti.
Szerdán két személyt fog véletlenszerűen kiválasztani. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy ezek mindketten lányok lesznek!

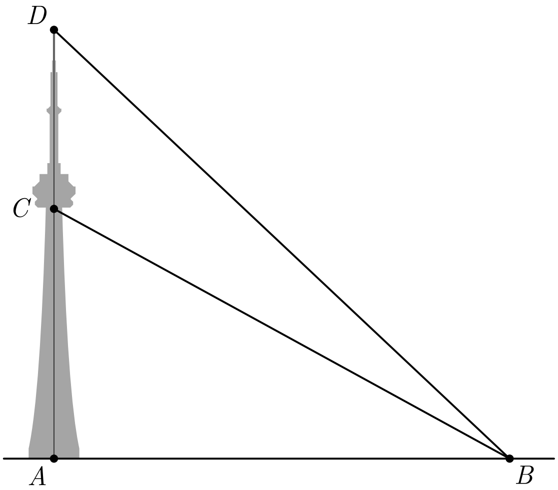
(3)
(5 točk/pont)

M231401 12M18

5. V geometrijskem zaporedju s količnikom 2 je vsota prvih dvanajstih členov enaka 28665. Zapišite splošni člen tega zaporedja. Koliko členov zaporedja je manjših od 3829? Zapišite odgovor.
A 2 hányadosú mértani sorozatban az első tizenkét tag összege 28665. Írja fel a sorozat általános tagját! A sorozat hány tagja kisebb 3829-nél? A válaszát írja le!

(7 točk/pont)

6. Slika prikazuje stolp *CN Tower* v Torontu. / *A kép a torontói CN Tower-t ábrázolja.*



Slika / Kép: Stolp CN Tower *v Torontu / Torontói CN Tower torony*

Vrhnji del stolpa meri $|CD| = 224{,}5$ m. Stolp opazujemo iz točke B, ki leži v ravnini nožišča stolpa tako, da je kot $\sphericalangle ABC = 29°$, kot $\sphericalangle ABD$ pa $43°$. Izračunajte višino stolpa. Rezultat zapišite na desetinko metra natančno.
A torony felső része $|CD| = 224{,}5$ m. *A tornyot a* B *pontból figyeljük, amely a torony talppontjának síkjára illeszkedik úgy, hogy* $\sphericalangle ABC = 29°$, *és* $\sphericalangle ABD$ *pedig* $43°$. *Számítsa ki a torony magasságát! Az eredményt a méter tizedének pontosságával írja le!*

(7 točk/pont)

M 2 3 1 4 0 1 1 2 M 2 0

Rezervna stran / *Tartalék oldal*