Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 2 3 1 4 0 2 1 2 M

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK
TAVASZI VIZSGAIDŐSZAK

Višja raven
Emelt szint

MATEMATIKA

Izpitna pola 2
2. feladatlap

B) Krajše strukturirane naloge / *Rövidebb strukturált feladatok*
C) Strukturirane naloge / *Strukturált feladatok*

Sobota, 3. junij 2023 / 90 minut (45 + 45)
2023. június 3., szombat / 90 perc (45 + 45)

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, geometrijsko orodje (šestilo in ravnilo, lahko tudi trikotnik) in računalo. Priloga s formulami in konceptna lista so na perforiranih listih, ki jih kandidat pazljivo iztrga.

Engedélyezett segédeszközök: A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, rajzeszközöket (körzőt és vonalzót, esetleg háromszöget) és számológépet hoz magával. A képleteket tartalmazó lap és a vázlatkészítéshez mellékelt lap perforált, ezeket a jelölt óvatosan kiszakíthatja.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 24 strani, od tega 2 prazni in 2 rezervni.
A feladatlap 24 oldalas, ebből 2 üres és 2 tartalék.

M 2 3 1 4 0 2 1 2 M 0 2

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani).

Izpitna pola je sestavljena iz dveh delov, dela B in dela C. Časa za reševanje je 90 minut. Priporočamo vam, da za reševanje dela B porabite 45 minut, za reševanje dela C pa 45 minut.

Izpitna pola vsebuje 6 krajših strukturiranih nalog v delu B in 2 strukturirani nalogi v delu C. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 60, od tega 40 v delu B in 20 v delu C. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na straneh 3 in 4.

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom v izpitno polo v za to predvideni prostor **znotraj okvirja**. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 17 in 22 sta rezervni; uporabite ju le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát (az első oldal jobb felső sarkában levő keretbe)!

A feladatlap két részből áll, a B és a C részből. A megoldásukra 90 perc áll a rendelkezésére. Azt javasoljuk, hogy a B részre 45 percet, a C részre 45 percet fordítson!

A feladatlap 6 rövidebb strukturált feladatot tartalmaz a B részben és 2 strukturált feladatot a C részben. Összesen 60 pontot érhet el, ebből 40-et a B, és 20-at a C részben. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 5. és 6. oldalon található standard képletgyűjteményt.

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a feladatlap erre kijelölt helyére, ***a kereten belülre****! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 17. és 22. oldal tartalék; ide csak akkor írjon, ha elfogy a helye. Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatok megoldását írta erre az oldalra! A piszkozati lapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékelje az értékelő tanár!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

(**Vsota in razlika potenc z naravnim eksponentom**) Za poljubna $a,\ b \in \mathbb{R}$ in za poljubno naravno število n velja

$\boxed{a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a+b)\left(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \ldots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n}\right)}$,

$\boxed{a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \ldots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)}$.

(**Evklidov in višinski izrek**) Pravokotni trikotnik ima kateti a in b ter hipotenuzo c. Višina na hipotenuzo je v_c, pravokotna projekcija katete a na hipotenuzo je a_1, pravokotna projekcija katete b na hipotenuzo pa b_1. Tedaj velja $\boxed{a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1}$, $\boxed{v_c^2 = a_1b_1}$.

(**Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga**) Trikotnik ima stranice a, b in c, polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$, ploščina je S, polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je r in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je R. Tedaj je $\boxed{r = \frac{S}{s}}$ in $\boxed{R = \frac{abc}{4S}}$.

(**Heronova formula**) Trikotnik ima stranice a, b in c, polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$. Tedaj je njegova ploščina $\boxed{S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(**Ploščina trikotnika**) Naj bodo $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ in $C(x_3,\ y_3)$ točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči A, B in C je enaka $\boxed{S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|}$.

(**Krogla**) Površina in prostornina krogle s polmerom r sta $\boxed{P = 4\pi r^2,\ V = \frac{4\pi r^3}{3}}$.

(**Razdalja točke od premice**) Naj bodo $a,\ b,\ c,\ x_0,\ y_0 \in \mathbb{R}$ in naj a in b ne bosta oba enaka 0. Razdalja točke $T_0(x_0,\ y_0)$ od premice p, podane z enačbo $ax + by - c = 0$, je $\boxed{d(T_0,\ p) = \frac{|ax_0 + by_0 - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}}$.

(**Logaritem**) Naj bosta $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $b \neq 1$. Tedaj za vsak $x > 0$ velja $\boxed{\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}}$.

(**Adicijski izreki**) Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R}$ velja

$\boxed{\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y}$, $\boxed{\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y}$.

Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + \pi \cdot k;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$, za katera je $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ za poljuben $k \in \mathbb{Z}$ in $\tan x \tan y \neq -1$, velja $\boxed{\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}}$.

(**Kotne funkcije polovičnih kotov**) Za poljuben $x \in \mathbb{R}$ velja

$\boxed{\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}}$.

Za poljuben $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + \pi \cdot 2k;\ k \in \mathbb{Z}\}$ velja $\boxed{\tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}}$.

(**Faktorizacija vsote in razlike kotnih funkcij**) Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R}$ velja

$\boxed{\sin x \pm \sin y = 2 \sin \frac{x \pm y}{2} \cos \frac{x \mp y}{2}}$,

$\boxed{\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}}$,

$\boxed{\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}}$.

(**Razčlenitev produkta kotnih funkcij**) Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R}$ velja

$\boxed{\sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2}(\cos(x+y) - \cos(x-y))}$,

$\boxed{\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}(\cos(x+y) + \cos(x-y))}$,

$\boxed{\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}(\sin(x+y) + \sin(x-y))}$.

(**Elipsa**) Elipsa v ravnini ima polosi a in b $(a > b)$, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 - b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(**Hiperbola**) Hiperbola v ravnini ima realno polos a in imaginarno polos b, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(**Parabola**) Parabola v ravnini z enačbo $y^2 = 2px$ ima gorišče v $\boxed{G\left(\frac{p}{2},\ 0\right)}$, enačba premice vodnice dane parabole pa je $\boxed{x = -\frac{p}{2}}$.

(**Aritmetično zaporedje**) Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja (a_n) je $\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(**Geometrijsko zaporedje**) Vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja (a_n) s kvocientom $q \in \mathbb{R}$ je $\boxed{S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, če je $q \neq 1$, in $\boxed{S_n = na_1}$, če je $q = 1$.

(**Limiti**) $\boxed{\lim\limits_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e}$ in $\boxed{\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1}$.

(**Nedoločeni integral**) Naj bo $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Tedaj je za vsak $C \in \mathbb{R}$

$\boxed{\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C}$ in $\boxed{\int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} = \arcsin x + C}$.

(**Integracija po delih**) Naj bo $D \subseteq \mathbb{R}$ in $u,\ v : D \to \mathbb{R}$ odvedljivi funkciji. Tedaj velja

$\boxed{\int u \cdot v' = u \cdot v - \int v \cdot u'}$.

(**Volumen rotacijskega telesa**) Naj bo $f : [a,\ b] \to \mathbb{R}$ zvezna funkcija. Volumen telesa, ki ga dobimo tako, da lik, ki ga omejujejo graf funkcije f, abscisna os ter premici $x = a$ in $x = b$, zavrtimo okrog abscisne osi za 360°, je $\boxed{V = \pi\int_a^b (f(x))^2 dx}$.

(**Bernoullijeva formula**) Naj bo p verjetnost, da se v danem poskusu zgodi dogodek A. Verjetnost, da se dogodek A v n zaporednih ponovitvah poskusa zgodi natanko k-krat, je

$\boxed{P(n,\ p,\ k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}}$.

Képletek

(A természetes kitevőjű hatványok összege és különbsége) *Tetszőleges* $a,\ b \in \mathbb{R}$ *és tetszőleges* n *természetes számra fennáll*

$\boxed{a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-\ldots+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)}$,

$\boxed{a^n-b^n=(a-b)\left(a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}b^2+\ldots+a^2b^{n-3}+ab^{n-2}+b^{n-1}\right)}$.

(Euklidesz-tétel (befogótétel) és a magasságtétel) *A derékszögű háromszög befogói* a *és* b, *az átfogója* c. *Az átfogóhoz tartozó magasság* v_c, *az* a *befogó merőleges vetülete az átfogóra* a_1, *a* b *befogó merőleges vetülete az átfogóra* b_1. *Ekkor fennáll:* $\boxed{a^2=ca_1,\ b^2=cb_1}$, $\boxed{v_c^2=a_1b_1}$.

(A háromszög beírt és körülírt körének sugara) *A háromszög oldalai* a, b *és* c, *a félkerület* $s=\dfrac{a+b+c}{2}$, *a területe* S, *az adott háromszög bert körének sugara* r *és az adott háromszög körülírt körének sugara* R. *Ekkor fennáll:* $\boxed{r=\dfrac{S}{s}}$ *és* $\boxed{R=\dfrac{abc}{4S}}$.

(Héron-képlet) *A háromszög oldalai* a, b *és* c, *a félkerület* $s=\dfrac{a+b+c}{2}$. *Ekkor a területe*

$\boxed{S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(A háromszög területe) *Legyenek az* $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ *és* $C(x_3,\ y_3)$ *síkbeli pontok. Az* A, B *és* C *csúcsú háromszög területe:* $\boxed{S=\dfrac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|}$.

(Gömb) *Az* r *sugarú gömb felszíne és térfogata* $\boxed{P=4\pi r^2,\ V=\dfrac{4\pi r^3}{3}}$.

(Pont és egyenes távolsága) *Legyenek* $a,\ b,\ c,\ x_0,\ y_0 \in \mathbb{R}$ *és* a *és* b *ne legyenek egyenlők 0-val.* *A* $T_0(x_0,\ y_0)$ *pont távolsága az* $ax+by-c=0$ *egyenletű* p *egyenestől*

$\boxed{d(T_0,\ p)=\dfrac{|\,ax_0+by_0-c\,|}{\sqrt{a^2+b^2}}}$.

(Logaritmus) *Legyenek* $a>0,\ a\neq 1,\ b>0,\ b\neq 1$. *Akkor minden* $x>0$ *-re fennáll* $\boxed{\log_a x=\dfrac{\log_b x}{\log_b a}}$.

(Addíciós tételek) *Tetszőleges* $x,\ y\in\mathbb{R}$ *esetén fennáll*

$\boxed{\sin(x\pm y)=\sin x\cos y\pm\cos x\sin y}$, $\boxed{\cos(x\pm y)=\cos x\cos y\mp\sin x\sin y}$.

Tetszőleges $x,\ y\in\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+\pi\cdot k;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$, *amelyre* $x+y\neq\dfrac{\pi}{2}+\pi\cdot k$ *tetszőleges* $k\in\mathbb{Z}$ *és* $\tan x\tan y\neq -1$, *fennáll* $\boxed{\tan(x\pm y)=\dfrac{\tan x\pm\tan y}{1\mp\tan x\tan y}}$.

(A félszögek szögfüggvényei) *Tetszőleges* $x\in\mathbb{R}$ *esetén fennáll*

$\boxed{\sin^2\dfrac{x}{2}=\dfrac{1-\cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2\dfrac{x}{2}=\dfrac{1+\cos x}{2}}$.

Tetszőleges $x\in\mathbb{R}\setminus\{\pi+\pi\cdot 2k;\ k\in\mathbb{Z}\}$ *esetén fennáll* $\boxed{\tan\dfrac{x}{2}=\dfrac{\sin x}{1+\cos x}}$.

(Összegek szorzattá alakítása) *Tetszőleges* $x,\ y\in\mathbb{R}$ *esetén fennáll*

$\boxed{\sin x\pm\sin y=2\sin\dfrac{x\pm y}{2}\cos\dfrac{x\mp y}{2}}$,

$\boxed{\cos x+\cos y=2\cos\dfrac{x+y}{2}\cos\dfrac{x-y}{2}}$,

$\boxed{\cos x-\cos y=-2\sin\dfrac{x+y}{2}\sin\dfrac{x-y}{2}}$.

(A szorzatok összeggé alakítása) *Tetszőleges* $x,\ y \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll*

$\boxed{\sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2}\left(\cos(x+y) - \cos(x-y)\right)}$,

$\boxed{\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\left(\cos(x+y) + \cos(x-y)\right)}$,

$\boxed{\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\left(\sin(x+y) + \sin(x-y)\right)}$.

(Ellipszis) *A síkbeli ellipszis féltengelyei* a *és* b $(a > b)$, *a lineáris excentricitása* e, *a numerikus excentricitása* ε. *Ekkor fennáll:* $\boxed{e^2 = a^2 - b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(Hiperbola) *A síkbeli hiperbola valós féltengelye* a, *képzetes féltengelye* b, *a lineáris excentricitása* e, *a numerikus excentricitása* ε. *Ekkor fennáll:* $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(Parabola) *Az* $y^2 = 2px$ *egyenletű síkbeli parabola* $\boxed{G\left(\frac{p}{2},\ 0\right)}$ *fókuszponttal, az adott parabola vezéregyenesének egyenlete* $\boxed{x = -\frac{p}{2}}$.

(Számtani sorozat) *Az* (a_n) *számtani sorozat első* n *elemének összege* $\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(Mértani sorozat) *A* $q \in \mathbb{R}$ *hányadosú* (a_n) *mértani sorozat első* n *elemének összege*

$\boxed{S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, *ha* $q \neq 1$, *és* $\boxed{S_n = na_1}$, *ha a* $q = 1$.

(Határértékek) $\boxed{\lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e}$ *és* $\boxed{\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1}$.

(Határozatlan integrál) *Legyen* $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ *ekkor minden* $C \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll*

$\boxed{\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C}$ *és* $\boxed{\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1 - x^2}} = \arcsin x + C}$.

(Parciális integrálás) *Legyen* $D \subseteq \mathbb{R}$ *és* $u,\ v : D \to \mathbb{R}$ *deriválható függvény. Ekkor fennáll:*

$\boxed{\int u \cdot v' = u \cdot v - \int v \cdot u'}$.

(Forgástest térfogata) *Legyen* $f : [a,\ b] \to \mathbb{R}$ *folytonos függvény. Annak a testnek a térfogata, amelyet úgy kapunk, hogy az* f *függvény grafikonja, az abszcissza tengely és az* $x = a$ *és* $x = b$ *egyenesek által határolt síkidomot az abszcissza tengely körül* 360° *-kal megforgatunk, egyenlő lesz* $\boxed{V = \pi\int_a^b \left(f(x)\right)^2 \mathrm{d}x}$.

(Bernoulli-képlet) *Legyen* p *valószínűségű, hogy egy adott kísérletben bekövetkezik az* A *esemény. Annak valószínűsége, hogy az* A *esemény a kísérlet* n *egymást követő megismétlésénél pontosan* k*- szor következik be* $\boxed{P(n,\ p,\ k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}}$.

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

M 2 3 1 4 0 2 1 2 M 1 0

Konceptni list / *Piszkozati lap*

B) KRAJŠE STRUKTURIRANE NALOGE / *RÖVIDEBB STRUKTURÁLT FELADATOK*

1. V spodnji tabeli je v srednjem stolpcu zapisan predpis funkcije f, v prvem stolpcu njen nedoločeni integral, v tretjem pa njen odvod. Dopolnite tabelo. V prvi vrstici je zapisan primer.
Az alábbi táblázatban a középső oszlopban az f függvény hozzárendelési szabálya, az első oszlopban a határozatlan integrálja, a harmadikban pedig a deriváltja van. Egészítse ki a táblázatot! Az első sorban egy példa látható.

	$\int f(x)\,\mathrm{d}x$	$f(x)$	$f'(x)$
1.	$\frac{1}{3}x^3+C$	x^2	$2x$
2.		$7x+4$	
3.		$\sin x$	
4.		e^{5x}	
5.		$\frac{1}{x}$	

(8 točk/pont)

2. Gorišči elipse sta v točkah $F_1(-4,\ 0)$ in $F_2(4,\ 0)$, eno izmed temen pa je v točki $A(0,\ -3)$.
Az ellipszis gyújtópontjai $F_1(-4,\ 0)$ *és* $F_2(4,\ 0)$, *az egyik csúcspontja pedig az* $A(0,\ -3)$ *pontban van.*

2.1. Zapišite enačbo elipse.
Írja fel az ellipszis egyenletét!

(5)

2.2. Zapišite enačbo krožnice s središčem v točki F_1, ki poteka skozi točko A.
Írja fel annak a körvonalnak az egyenletét, amelynek középpontja az F_1 *pont, és illeszkedik az* A *pontra.*

(2)
(7 točk/pont)

3. Pred dvema letoma je bila mama petkrat starejša od sina, čez osem let pa bo mamina starost $\frac{5}{2}$ starosti sina. Kolikšni sta starosti mame in sina danes? Zapišite odgovor.

Két éve anya ötször idősebb volt a fiánál, nyolc év múlva pedig anya életkora a fiú életkorának $\frac{5}{2}$ *-e lesz. Hány évesek anya és fia ma? A válaszát írja le!*

(6 točk/pont)

4. V razredu z 28 dijaki je 20 deklet in 8 fantov.
Egy 28 fős osztályban 20 lány és 8 fiú van.

4.1. V ponedeljek bo profesor naključno izbral enega od njih in ocenil njegovo znanje. Izračunajte verjetnost, da bo izbrani dijak fant.
Hétfőn a tanár véletlenszerűen ki fog választani a diákok közül egyet, akinek osztályozza majd a tudását. Számítsa ki annak valószínűségét, hogy a kiválasztott diák fiú lesz!

(2)

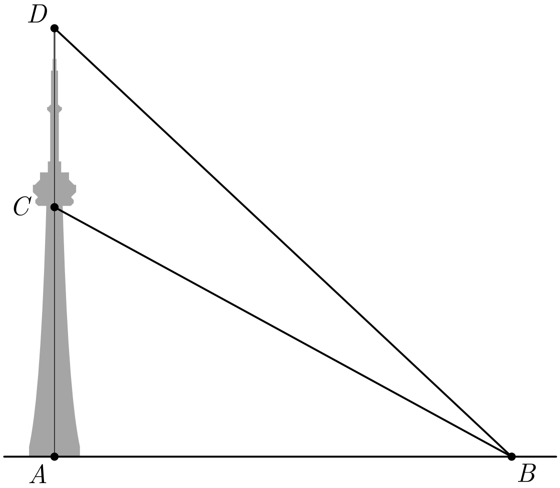
4.2. V sredo bosta naključno izbrana dva. Izračunajte verjetnost, da bosta to dekleti.
Szerdán két személyt fog véletlenszerűen kiválasztani. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy ezek mindketten lányok lesznek!

(3)
(5 točk/pont)

5. V geometrijskem zaporedju s količnikom 2 je vsota prvih dvanajstih členov enaka 28665. Zapišite splošni člen tega zaporedja. Koliko členov zaporedja je manjših od 3829? Zapišite odgovor.
A 2 hányadosú mértani sorozatban az első tizenkét tag összege 28665. Írja fel a sorozat általános tagját! A sorozat hány tagja kisebb 3829-nél? A válaszát írja le!

(7 točk/pont)

6. Slika prikazuje stolp *CN Tower* v Torontu. / *A kép a torontói CN Tower-t ábrázolja.*



Slika / Kép: Stolp CN Tower *v Torontu / Torontói CN Tower torony*

Vrhnji del stolpa meri $|CD| = 224{,}5$ m. Stolp opazujemo iz točke B, ki leži v ravnini nožišča stolpa tako, da je kot $\sphericalangle ABC = 29°$, kot $\sphericalangle ABD$ pa $43°$. Izračunajte višino stolpa. Rezultat zapišite na desetinko metra natančno.

A torony felső része $|CD| = 224{,}5$ m. *A tornyot a* B *pontból figyeljük, amely a torony talppontjának síkjára illeszkedik úgy, hogy* $\sphericalangle ABC = 29°$, *és* $\sphericalangle ABD$ *pedig* $43°$. *Számítsa ki a torony magasságát! Az eredményt a méter tizedének pontosságával írja le!*

(7 točk/pont)

Rezervna stran / *Tartalék oldal*

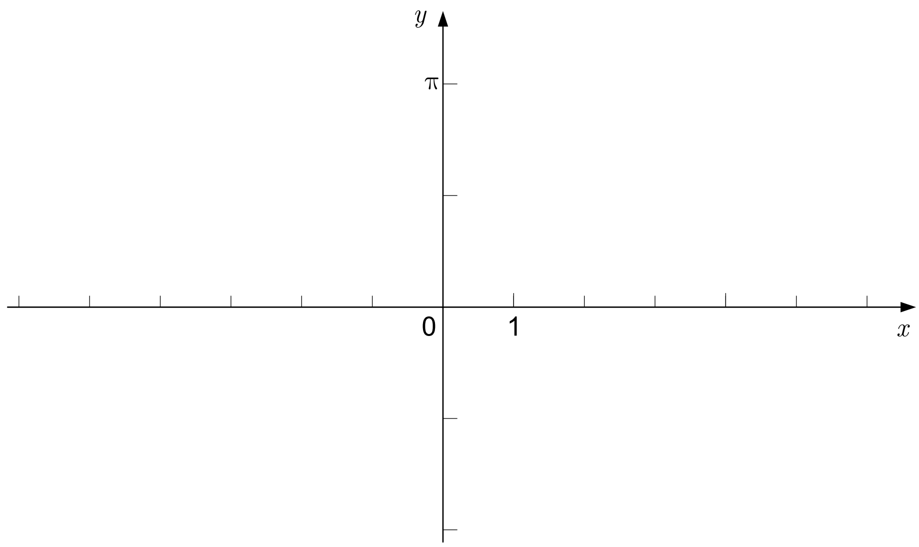
OBRNITE LIST.
LAPOZZON!

C) STRUKTURIRANE NALOGE / *STRUKTURÁLT FELADATOK*

1. Dani sta funkciji f in g s predpisoma $f(x)=\dfrac{\sin x}{\cos x-1}$ in $g(x)=\arctan x$.

Adott az $f(x)=\dfrac{\sin x}{\cos x-1}$ *és* $g(x)=\arctan x$ *hozzárendelési szabállyal megadott* f *és* g *függvény.*

1.1. Narišite graf funkcije g. / *Ábrázolja a* g *függvény grafikonját!*



(2 točki/pont)

1.2. Dokažite, da je odvod funkcije $h(x)=g\big(f(x)\big)$ konstanta.

Bizonyítsa be, hogy a $h(x)=g\big(f(x)\big)$ *függvény deriváltja állandó!*

(4 točke/pont)

1.3. Z metodo »per partes« izračunajte $\int g(x)\,\mathrm{d}x$. Zapišite natančno vrednost določenega integrala $\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x$.

A parciális integrálás módszerével számítsa ki a $\int g(x)\,\mathrm{d}x$ *-t! Írja fel a* $\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x$ *határozott integrál pontos értékét!*

(4 točke/pont)

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

2. Funkciji f in g sta dani s predpisoma $f(x)=\sqrt{5x+1}$ in $g(x)=\ln\left(-x^2+x+6\right)$.

Adott az $f(x)=\sqrt{5x+1}$ és $g(x)=\ln\left(-x^2+x+6\right)$ hozzárendelési szabállyal megadott f és g függvény.

2.1. Določite definicijsko območje in zalogo vrednosti inverzne funkcije f^{-1} ter zapišite njen predpis.
Határozza meg az f^{-1} inverz függvény értelmezési tartományát és értékkészletét, valamint írja fel a hozzárendelési szabályát is!

(3 točke/pont)

2.2. Rešite enačbo $\left(f(x)\right)^2=\mathrm{e}^{g(x)}$.

Oldja meg az $\left(f(x)\right)^2=\mathrm{e}^{g(x)}$ egyenletet!

(3 točke/pont)

2.3. Naj bo $D_h=(-2,\ c)$, $c>-2$, definicijsko območje funkcije $h(x)=\ln\left(-x^2+bx+8\right)$, $b\in\mathbb{R}$.
Izračunajte b in c.
Legyen $D_h=(-2,\ c)$, $c>-2$ a $h(x)=\ln\left(-x^2+bx+8\right)$, $b\in\mathbb{R}$ függvény értelmezési tartománya. Számítsa ki a b és c értékét!

(4 točke/pont)

M 2 3 1 4 0 2 1 2 M 2 2

Rezervna stran / *Tartalék oldal*

Prazna stran

Üres oldal

M 2 3 1 4 0 2 1 2 M 2 4

Prazna stran

Üres oldal

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*
V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*