

**Domande per l'esame orale
di matematica per la maturità generale 2024
per il livello di base e per il livello superiore**

Livello di base

1 Calcolo proposizionale

Che cos'è una proposizione? (1 punto)

Che cos'è la negazione di una data proposizione? Quando la negazione è vera e quando è falsa? (1 punto)

Che cos'è la congiunzione di proposizioni? Scrivete la tabella di verità per la congiunzione. (2 punti)

Che cos'è la disgiunzione di proposizioni? Scrivete la tabella di verità per la disgiunzione. (2 punti)

2 Calcolo proposizionale

Che cos'è la tautologia? (1 punto)

Che cos'è l'implicazione di proposizioni? Scrivete la tabella di verità per l'implicazione. (2 punti)

Che cos'è l'equivalenza di proposizioni? Scrivete la tabella di verità per l'equivalenza. (2 punti)

Riportate un esempio di due proposizioni e stabilite il valore di verità della loro equivalenza. (1 punto)

3 Insiemi

Che cos'è l'insieme vuoto e che cos'è l'insieme universo? Che cos'è la potenza di un insieme? (2 punti)

Che cos'è la differenza tra due insiemi? Che cos'è l'insieme complementare? (2 punti)

Che cos'è l'insieme potenza di un insieme dato? Scegliete un insieme di potenza 3 e scrivete il suo insieme potenza. (2 punti)

4 Insiemi

Quando l'insieme A è un sottoinsieme dell'insieme B ? Quando due insiemi sono uguali? (1 punto)

Che cos'è l'intersezione tra due insiemi? Quando due insiemi sono disgiunti? (2 punti)

Che cos'è l'unione tra due insiemi? Come calcoliamo la potenza dell'insieme unione di due insiemi? (2 punti)

Scegliete due insiemi A e B , tali che $m(A) = 3$ e $m(B) = 2$. Scrivete il loro prodotto cartesiano. (1 punto)

5 Numeri naturali e numeri interi

Descrivete gli insiemi \mathbb{N} e \mathbb{Z} e rappresentateli sulla retta numerica. (1 punto)

Elencate le operazioni di calcolo nell'insieme \mathbb{N} . (1 punto)

Definite la sottrazione nell'insieme \mathbb{Z} . (1 punto)

Scrivete tutte e cinque le regole di calcolo fondamentali della somma e della moltiplicazione negli insiemi \mathbb{N} e \mathbb{Z} . (3 punti)

6 Numeri dispari e numeri pari

Definite i numeri pari e i numeri dispari. (2 punti)

Dimostrate che la somma di due numeri dispari è un numero pari. (2 punti)

Dimostrate che il quadrato di un numero dispari è un numero dispari. (2 punti)

7 Numeri primi

Definite i concetti di numero primo e di numero composto. Scrivete l'insieme di tutti i numeri primi minori di 20. (2 punti)

Che cos'è la scomposizione di un numero naturale in fattori primi? La scomposizione in fattori primi è univoca? Quanti sono i numeri primi? (3 punti)

Descrivete uno dei procedimenti per verificare se un numero dato è un numero primo. (1 punto)

8 Divisibilità

Quando un numero naturale a è multiplo di un numero naturale b ? (1 punto)

Definite la relazione di divisibilità nell'insieme \mathbb{N} . (1 punto)

Descrivete tre proprietà della relazione di divisibilità. (3 punti)

Scrivete tre numeri naturali a , b e c , maggiori di 10, in modo che valga: a divide b e b non divide c . (1 punto)

9 Multipli e divisori

Definite il massimo comune divisore di due numeri naturali. Spiegate il metodo per il calcolo del massimo comune divisore di due numeri naturali. Quando due numeri naturali sono primi fra loro? (3 punti)

Definite il minimo comune multiplo di due numeri naturali. Spiegate il metodo per il calcolo del minimo comune multiplo di due numeri naturali. (2 punti)

Scegliete due numeri naturali diversi tra 20 e 50. Determinate il loro massimo comune divisore e il loro minimo comune multiplo. (1 punto)

10 Divisione tra numeri naturali

Enunciate il teorema fondamentale della divisione dei numeri naturali. (2 punti)

Scegliete un numero naturale tra 5 e 10 ed elencate gli elementi dell'insieme di tutti i resti della divisione per il numero naturale prescelto. (2 punti)

Sia k un numero naturale. Descrivete l'insieme di tutti i resti della divisione per il numero naturale k . (2 punti)

11 Criteri di divisibilità

Enunciate i criteri di divisibilità per ognuno dei numeri 2, 4 e 8. (3 punti)

Enunciate il criterio di divisibilità per il numero 3. (1 punto)

Enunciate il criterio di divisibilità per il numero 6. (1 punto)

Riportate un esempio di un numero naturale a quattro cifre, divisibile per 6. (1 punto)

12 Frazioni e numeri razionali

Che cos'è una frazione? Quando due frazioni rappresentano lo stesso numero razionale? (2 punti)

Spiegate come si eseguono la somma, la sottrazione, la moltiplicazione e la divisione di frazioni. (4 punti)

13 Frazioni e notazione decimale

Come possiamo riconoscere, dalla notazione decimale di un numero, che esso può essere scritto in forma di frazione? Come possiamo trasformare una frazione qualsiasi nella sua notazione decimale? (2 punti)

Quali frazioni presentano una notazione decimale finita? Enunciate un esempio di frazione che non presenta una notazione decimale finita. (2 punti)

Riportate un esempio di un numero decimale periodico (la lunghezza del periodo sia almeno di due) e scrivetelo in forma di frazione. (2 punti)

14 Numeri reali

Quando un numero reale è un numero razionale e quando è irrazionale? In che cosa si differenziano le loro notazioni decimali? (2 punti)

Riportate un esempio di un numero razionale e due esempi di numeri irrazionali. (2 punti)

Descrivete la costruzione di un punto sulla retta numerica che rappresenti il valore della frazione $\frac{m}{n}$, $m < n$, dove m e n sono numeri naturali e $n > 2$. (2 punti)

15 Valore assoluto

Definite il valore assoluto di un numero reale e spiegate il suo significato geometrico. (2 punti)

Siano a e b due numeri reali. Che cosa rappresenta il numero $|b - a|$? (1 punto)

Spiegate con la retta numerica la soluzione dell'equazione $|x| = a$, dove a è un numero reale positivo. Illustrate la risposta con un esempio. (1 punto)

Siano a e b due numeri reali. Confrontate le espressioni $|a| + |b|$ e $|a + b|$. Illustrate la risposta con degli esempi. (2 punti)

16 Numeri complessi

Definite l'insieme dei numeri complessi. In che modo vengono rappresentati graficamente i numeri complessi? (2 punti)

Definite l'operazione somma nell'insieme \mathbb{C} . Descrivete il significato geometrico della somma dei numeri complessi. (2 punti)

Rappresentate nel piano complesso i sottoinsiemi dei numeri complessi $A = \{z \in \mathbb{C}; \operatorname{Im}(z) = 2\}$ e $B = \{z \in \mathbb{C}; \operatorname{Im}(z) = \operatorname{Re}(z)\}$. (2 punti)

17 Moltiplicazione di numeri complessi

Definite l'operazione moltiplicazione nell'insieme \mathbb{C} . Scrivete un esempio. (2 punti)

Descrivete il significato geometrico della moltiplicazione di un numero complesso con il numero -1 e il significato geometrico della moltiplicazione di un numero complesso con un numero reale positivo. (2 punti)

Sia n un numero naturale. Calcolate i^n , dove n è l'anno in corso. (1 punto)

Scegliete un numero complesso $z = a + bi$, dove a e b siano due numeri reali diversi da zero e calcolate z^2 . (1 punto)

18 Valore assoluto di un numero complesso

Definite il valore assoluto di un numero complesso. Dimostrate con un esempio il calcolo del valore assoluto di un numero complesso. (2 punti)

Scegliendo un esempio di un numero complesso $z = a + bi$, dove $a \neq 0$ e $b \neq 0$, dimostrate che $|2z| = 2|z|$. (2 punti)

Rappresentate nel piano complesso l'insieme dei punti $\{z \in \mathbb{C}; |z| \leq 3\}$. Scrivete un esempio di numero complesso $z = a + bi$ di tale insieme, dove a sia positivo, b invece sia un numero reale negativo. (2 punti)

19 Valore coniugato di un numero complesso

Definite il valore coniugato di un numero complesso e spiegate il suo significato geometrico. (2 punti)

Dimostrate che il valore coniugato della somma di due numeri complessi è uguale alla somma dei loro valori coniugati. (2 punti)

Scegliete un numero complesso $z = a + bi$, dove a e b siano due numeri reali diversi da zero, e calcolate z^{-1} . (2 punti)

20 Equazioni

Che cos'è un'equazione e che cos'è la soluzione di un'equazione? Quando due equazioni sono equivalenti? (2 punti)

Descrivete il procedimento con il quale un'equazione data può essere trasformata in un'equazione, a essa equivalente. (2 punti)

Come risolviamo un sistema di due equazioni lineari a due incognite? Scrivete un esempio di tale sistema e risolvetelo. (2 punti)

21 Potenze a esponente intero

Definite la potenza a esponente naturale e la potenza a esponente intero. (1 punto)

Elencate tre regole per il calcolo con le potenze a esponente intero. (3 punti)

Dimostrate, con degli esempi di potenze a esponente intero, l'uso di due tra le regole menzionate sopra. (2 punti)

22 Radicali

Definite $\sqrt[n]{x}$ per un qualsiasi numero naturale n . Perché è importante se n è un numero pari o un numero dispari? (2 punti)

Come moltiplichiamo i radicali a indice uguale e come i radicali a indici differenti? (1 punto)

Come calcoliamo la radice di un prodotto? Come calcoliamo la radice di radice? (1 punto)

Razionalizzate il denominatore della frazione $\frac{a}{a + \sqrt{b}}$. (2 punti)

23 Potenze a esponente razionale

Definite la potenza a base positiva ed esponente razionale. (1 punto)

Enunciate tre regole per il calcolo con tali potenze. (3 punti)

Proponete un esempio con due potenze a basi uguali ed esponenti razionali positivi differenti (che non siano numeri interi) e calcolate il loro prodotto. Esprimete le due potenze anche con le radici, e calcolate il loro prodotto. (2 punti)

24 Rette

Definite il parallelismo delle rette nel piano. (1 punto)

Elencate tutte le posizioni reciproche tra due rette nel piano. (2 punti)

Enunciate due proprietà della relazione di parallelismo delle rette nel piano. (2 punti)

Enunciate il postulato delle rette parallele. (1 punto)

25 Angoli

Spiegate i concetti di angolo nullo, angolo retto, angolo piatto e angolo giro. (2 punti)

Spiegate i concetti di angoli adiacenti e angoli opposti al vertice. (2 punti)

Quando un angolo dato è acuto e quando è ottuso? (1 punto)

Quando due angoli sono complementari e quando supplementari? (1 punto)

26 Angoli

Definite il grado, il primo e il secondo relativi all'ampiezza di un angolo. (1 punto)

Definite il radiante. (1 punto)

Scrivete la trasformazione tra gradi e radianti. (1 punto)

Quanti gradi corrispondono a un radiante? (1 punto)

Quanti radianti misurano rispettivamente gli angoli di 30° , 45° , 60° e 90° ? (1 punto)

Quando due angoli sono congruenti? (1 punto)

27 Triangolo

- Definite il triangolo. (1 punto)
- Definite l'angolo interno e l'angolo esterno di un triangolo. (2 punti)
- Quant'è la somma degli angoli interni di un triangolo? Dimostrate l'affermazione. (2 punti)
- Quant'è la somma degli angoli esterni di un triangolo? (1 punto)

28 Punti notevoli del triangolo

- Descrivete la costruzione dell'asse di un segmento e della bisettrice di un angolo. (2 punti)
- Come determiniamo il baricentro del triangolo, il circocentro (centro della circonferenza circoscritta al triangolo), l'incentro (centro della circonferenza inscritta al triangolo) e l'ortocentro? (4 punti)

29 Congruenza delle figure geometriche

- Definite la congruenza delle figure geometriche. (1 punto)
- Enunciate quattro teoremi sulla congruenza dei triangoli. (4 punti)
- In un parallelogramma tracciamo ambedue le diagonali. Quante coppie di triangoli congruenti otteniamo? (1 punto)

30 Similitudine delle figure geometriche

- Definite la similitudine delle figure geometriche. (1 punto)
- Enunciate tre teoremi sulla similitudine dei triangoli. (3 punti)
- I triangoli ABC e $A'B'C'$ sono simili. Il lato AB del primo triangolo misura c , il lato $A'B'$ del secondo triangolo misura $k \cdot c$. Quanto misurano il perimetro e l'area del triangolo $A'B'C'$, se $2p$ è il perimetro del triangolo ABC e A è l'area del triangolo ABC ? (2 punti)

31 Parallelogramma

- Definite il parallelogramma. (1 punto)
- Elencate le proprietà degli angoli e dei lati del parallelogramma. (2 punti)
- Elencate i tipi particolari di parallelogrammi e descrivete le loro proprietà. (2 punti)
- Che cosa vale per le diagonali del parallelogramma? (1 punto)

32 Trapezio

- Definite il trapezio. (1 punto)
- Enunciate le proprietà degli angoli del trapezio. (1 punto)
- Che cos'è la semisomma delle basi del trapezio e quali proprietà ha? (1 punto)
- Quando un trapezio è isoscele? Che cosa vale per gli angoli e le diagonali di un trapezio isoscele? (1 punto)
- Descrivete come calcoliamo l'altezza di un trapezio isoscele essendo note le lunghezze dei lati. (2 punti)

33 Rette e circonferenze

In quali posizioni reciproche possono stare una retta e una circonferenza che appartengono allo stesso piano? (3 punti)

Come chiamiamo il segmento che collega due punti di una circonferenza? (1 punto)

Descrivete la costruzione della retta tangente a una circonferenza in un punto della circonferenza. (2 punti)

34 Angolo al centro e angolo alla circonferenza

Definite l'angolo al centro e l'angolo alla circonferenza in un cerchio. (2 punti)

In quale relazione stanno tali due angoli, se insistono sullo stesso arco del cerchio? (1 punto)

Enunciate e dimostrate il teorema di Talete dell'angolo nel semicerchio. (2 punti)

In un triangolo equilatero ABC sia S il circocentro della circonferenza circoscritta al triangolo. Quant'è l'ampiezza dell'angolo $\sphericalangle ASB$? (1 punto)

35 Teorema del seno e teorema del coseno

Enunciate il teorema del coseno. Descrivete con un esempio la sua applicazione. (2 punti)

Enunciate il teorema del seno. Descrivete con un esempio la sua applicazione. (2 punti)

Quale teorema otteniamo se applichiamo il teorema del coseno a un triangolo rettangolo per il calcolo dell'ipotenusa? Argomentate la risposta. (2 punti)

36 Aree delle figure geometriche

Enunciate e argomentate la formula per l'area di un parallelogramma se sono date

– la base e l'altezza rispetto a tale base, (1 punto)

– le lunghezze di due lati e l'ampiezza dell'angolo compreso. (1 punto)

Descrivete come calcoliamo l'area di un triangolo se conosciamo

– la lunghezza di un lato e l'altezza rispetto a tale lato, (1 punto)

– le lunghezze di due lati e l'ampiezza dell'angolo compreso, (1 punto)

– le lunghezze dei suoi lati. (2 punti)

37 Aree delle figure geometriche

Enunciate e argomentate la formula per l'area del deltoide. (1 punto)

Enunciate la formula per l'area del trapezio. (1 punto)

Descrivete il procedimento per il calcolo dell'altezza del triangolo equilatero. (2 punti)

Enunciate le formule per il calcolo dell'area del triangolo equilatero e dell'area del triangolo rettangolo. (2 punti)

38 Cerchio

Enunciate la formula per il calcolo dell'area e del perimetro del cerchio. (2 punti)

Enunciate le formule per il calcolo della lunghezza dell'arco di circonferenza e dell'area del settore circolare. (2 punti)

Che cos'è il segmento circolare? Descrivete il procedimento per il calcolo dell'area del segmento circolare. (2 punti)

39 Prisma

Descrivete il prisma retto e disegnate il suo sviluppo nel piano. (2 punti)

Quando un prisma ha tutti gli spigoli uguali e quando è regolare? (2 punti)

Enunciate la formula di calcolo del volume di un prisma retto. (1 punto)

Ricavate la formula per il calcolo dell'area della superficie totale di un prisma quadrangolare regolare con tutti gli spigoli uguali di lunghezza a . (1 punto)

40 Cilindro

Descrivete il cilindro retto. (1 punto)

Disegnate lo sviluppo di un cilindro nel piano. (1 punto)

Che cos'è la sezione assiale di un cilindro? (1 punto)

Enunciate le formule per il calcolo dell'area della superficie totale e del volume del cilindro retto. (2 punti)

Esprimete il volume di un cilindro equilatero con raggio di base r . (1 punto)

41 Piramide

Descrivete la piramide retta. (1 punto)

Quando una piramide ha tutti gli spigoli uguali e quando è regolare? (2 punti)

Enunciate la formula di base per il calcolo del volume della piramide. (1 punto)

Scrivete la formula per l'area della superficie laterale di una piramide regolare di n facce con lo spigolo di base a e l'altezza della faccia laterale/apotema a_p . (1 punto)

Disegnate lo sviluppo nel piano di una piramide che ha come base un rettangolo di lati a e b e lo spigolo laterale s . (1 punto)

42 Cono

Descrivete il cono retto. (1 punto)

Disegnate lo sviluppo nel piano di un cono. (1 punto)

Descrivete la sezione del cono con un piano che contiene l'asse del cono. (1 punto)

Enunciate le formule per il calcolo dell'area della superficie totale e del volume del cono. (2 punti)

Esprimete l'altezza di un cono equilatero con il raggio della base r . (1 punto)

43 Vettori

- Che cos'è un vettore? (1 punto)
- Definite la somma di vettori. (1 punto)
- Definite il vettore nullo e il vettore contrario di un vettore dato. (1 punto)
- Definite la sottrazione di vettori. (1 punto)
- Enunciate due proprietà della somma di vettori. (2 punti)

44 Vettori

- Definite la moltiplicazione di un vettore per uno scalare. (1 punto)
- Che cos'è il vettore unitario? (1 punto)
- Quale dipendenza vale tra due vettori paralleli non nulli \vec{a} e \vec{b} ? (1 punto)
- In un esagono regolare $ABCDEF$ indichiamo con S l'intersezione delle diagonali più lunghe. Tra i vettori \overline{AB} , \overline{AD} , \overline{EF} , \overline{BC} e \overline{SE} indicate:
- tutti i vettori paralleli (1 punto)
 - una coppia di vettori contrari (1 punto)
 - una coppia di vettori non collineari. (1 punto)

45 Vettori

- Descrivete il sistema di coordinate ortogonali nello spazio \mathbb{R}^3 . (1 punto)
- Definite la base ortonormale standard nello spazio \mathbb{R}^3 . (1 punto)
- Definite il raggio vettore di un punto dato nello spazio \mathbb{R}^3 . (1 punto)
- Esprimate il raggio vettore \vec{r}_A del punto $A(a_1, a_2, a_3)$ come combinazione lineare dei vettori della base ortonormale standard nello spazio \mathbb{R}^3 . (1 punto)
- Siano A e B due punti nello spazio \mathbb{R}^3 . Esprimate il vettore \overline{AB} con le coordinate dei punti A e B e argomentate la risposta. (2 punti)

46 Prodotto scalare

- Come possiamo calcolare il prodotto scalare di due vettori, se conosciamo le loro lunghezze e l'ampiezza dell'angolo tra di essi? (1 punto)
- Enunciate due proprietà del prodotto scalare. (2 punti)
- Dimostrate con un esempio in che modo possiamo verificare, con il prodotto scalare, se due vettori dati sono ortogonali fra loro. (2 punti)
- Calcolate $\vec{a} \cdot \vec{a}$ e spiegate l'espressione ottenuta. (1 punto)

47 Prodotto scalare nella base ortonormale standard

Come calcoliamo il prodotto scalare di due vettori nella base ortonormale standard? (1 punto)

Come calcoliamo la lunghezza di un vettore nella base ortonormale standard?
Argomentate la risposta. (2 punti)

Come calcoliamo l'ampiezza dell'angolo tra due vettori nella base ortonormale standard? (1 punto)

Illustrate con un esempio il calcolo dell'angolo tra due vettori. (2 punti)

48 Sistema di coordinate nel piano

Definite il sistema di coordinate ortogonali nel piano \mathbb{R}^2 . (1 punto)

Ricavate la formula per il calcolo della distanza tra due punti. (2 punti)

Enunciate le coordinate del punto medio di un segmento di estremi dati. (1 punto)

Proiettate il punto $T(x, y)$ attraverso l'origine del sistema di coordinate. Enunciate le coordinate del punto così ottenuto. (1 punto)

Proiettate il punto $T(x, y)$ attraverso l'asse delle ordinate. Enunciate le coordinate del punto così ottenuto. (1 punto)

49 Funzioni

Definite il concetto di funzione (proiezione) dall'insieme A nell'insieme B . (1 punto)

Definite i concetti di insieme di definizione, insieme immagine e grafico di una funzione. (3 punti)

Tracciate il grafico o enunciate la dipendenza di una funzione f , che ha l'insieme immagine $I_f = (2, \infty)$. (1 punto)

Tracciate il grafico o enunciate la dipendenza di una funzione g , che ha l'insieme di definizione $D_g = (2, \infty)$. (1 punto)

50 Proprietà delle funzioni

Quando una funzione in un intervallo è crescente e quando è decrescente? (2 punti)

Tracciate il grafico o enunciate la dipendenza di una funzione che non è né crescente né decrescente. (1 punto)

Quando una funzione f è limitata? (2 punti)

Tracciate il grafico o enunciate la dipendenza di una funzione che è limitata superiormente ed è illimitata inferiormente. (1 punto)

51 Proprietà delle funzioni

Quando una funzione f è dispari e quando è pari? (2 punti)

Come è possibile vedere dal suo grafico se una funzione f è pari o dispari? (2 punti)

Sia f una funzione biettiva. Come determiniamo la dipendenza della funzione inversa f^{-1} ? (1 punto)

Che cosa vale per i grafici delle funzioni f e f^{-1} ? (1 punto)

52 Funzione lineare

Definite la funzione lineare e spiegate che cos'è il suo grafico. (2 punti)

Tenendo conto della dipendenza dal coefficiente angolare k , analizzate la crescita e la decrescenza di una funzione lineare f . (2 punti)

Di quanto varia il valore di una funzione f , se aumentiamo il valore della variabile indipendente di 2? (1 punto)

Cha cosa vale per i grafici delle funzioni lineari con i coefficienti angolari uguali? (1 punto)

53 Equazione della retta

Scrivete la forma esplicita dell'equazione della retta. Le equazioni di quali rette possono essere scritte in tale forma? (2 punti)

Scrivete la forma implicita dell'equazione della retta. Le equazioni di quali rette possono essere scritte in tale forma? (2 punti)

Scrivete la forma segmentaria dell'equazione della retta. Le equazioni di quali rette si possono scrivere in tale forma? (2 punti)

54 Rette nel piano

Definite l'angolo d'inclinazione di una retta nel piano e spiegate la relazione tra l'angolo d'inclinazione e il coefficiente angolare di una retta data (quando questo esiste). (2 punti)

Come calcoliamo l'ampiezza dell'angolo tra due rette se conosciamo i loro coefficienti angolari? (1 punto)

Che cosa vale per i coefficienti angolari delle rette parallele? (1 punto)

Che cosa vale per i coefficienti angolari delle rette perpendicolari? (1 punto)

Quant'è il coefficiente angolare della retta perpendicolare alla bisettrice dei quadranti dispari? (1 punto)

55 Disequazioni lineari

Che cos'è una disequazione lineare a una incognita? (1 punto)

Descrivete con un esempio la risoluzione delle disequazioni lineari a una incognita. (2 punti)

Descrivete tutti i possibili insiemi di risoluzione di una disequazione lineare qualsiasi a una incognita. (3 punti)

56 Funzione potenza

Definite la funzione potenza a esponente naturale. (1 punto)

Tracciate i grafici delle funzioni potenza i cui esponenti sono 2 e 3. (2 punti)

Enunciate almeno due proprietà delle funzioni potenza. (1 punto)

Enunciate le principali differenze tra le proprietà delle funzioni potenza a esponente naturale pari e quelle delle funzioni potenza a esponente naturale dispari. (2 punti)

57 Funzione radice

Per un numero naturale n qualsiasi, definite la funzione radice f con la dipendenza $f(x) = \sqrt[n]{x}$. (2 punti)

Tracciate il grafico delle funzioni radice per $n = 2$ e $n = 3$. (2 punti)

Enunciate gli insiemi di definizione e gli insiemi immagine delle funzioni radice per $n = 2$ e $n = 3$. (2 punti)

58 Funzione quadratica

Definite la funzione quadratica. (1 punto)

Elencate almeno quattro proprietà della funzione quadratica e spiegatele. (4 punti)

Riportate un esempio di una funzione quadratica limitata superiormente il cui grafico intersechi l'asse delle ordinate nel punto $N(0, 3)$. (1 punto)

59 Vertice del grafico della funzione quadratica

Che cos'è il vertice del grafico della funzione quadratica? Come lo calcoliamo? (2 punti)

Enunciate la forma riferita al vertice della dipendenza della funzione quadratica. In che modo il suo grafico dipende dal coefficiente direttivo e dalle coordinate del vertice? (3 punti)

Riportate un esempio di una funzione quadratica limitata superiormente, il cui grafico abbia il vertice nel primo quadrante. (1 punto)

60 Zeri della funzione quadratica

Definite lo zero di una funzione. (1 punto)

Enunciate la forma con gli zeri della dipendenza della funzione quadratica. (1 punto)

Che cos'è il discriminante della funzione quadratica? (1 punto)

Spiegate il significato del discriminante della funzione quadratica nel calcolo dei suoi zeri. (3 punti)

61 Equazione quadratica

Che cos'è un'equazione quadratica? (1 punto)

Come calcoliamo le soluzioni di un'equazione quadratica? (1 punto)

Com'è la risoluzione di un'equazione quadratica nell'insieme dei numeri reali, e com'è nell'insieme dei numeri complessi? (2 punti)

Riportate e risolvetes un esempio di equazione quadratica che abbia come soluzioni due numeri complessi e tra loro coniugati. (2 punti)

62 Disequazione quadratica

Che cos'è una disequazione quadratica? (1 punto)

Come risolviamo una disequazione quadratica? (1 punto)

Che cos'è l'insieme delle soluzioni di una disequazione quadratica qualsiasi? Elencate tutte le possibilità. (3 punti)

Riportate un esempio di disequazione quadratica, per la quale vale che l'insieme delle soluzioni è l'intervallo $[1, 2]$. (1 punto)

63 Funzione esponenziale

Sia $a > 1$. Tracciate il grafico della funzione con la dipendenza $f(x) = a^x$. (2 punti)

Sia $0 < a < 1$. Tracciate il grafico della funzione con la dipendenza $f(x) = a^x$. (2 punti)

Enunciate quattro proprietà della funzione esponenziale. (2 punti)

64 Funzione logaritmica

Sia a un numero reale positivo, $a \neq 1$. Definite la funzione logaritmica in base a . (1 punto)

Sia $a > 1$. Tracciate il grafico della funzione logaritmica in base a . (2 punti)

Sia $0 < a < 1$. Tracciate il grafico della funzione logaritmica in base a . (2 punti)

Enunciate due proprietà della funzione logaritmica. (1 punto)

65 Calcolo con i logaritmi

Enunciate la definizione del logaritmo $\log_a x$. (1 punto)

Enunciate le regole per il logaritmo del prodotto, per il logaritmo del quoziente e per il logaritmo della potenza. (3 punti)

Quant'è $\log_a 1$, $\log_a a$, $e^{\ln x}$ e $\log_{10} x$? (2 punti)

66 Polinomi

Definite il polinomio (la funzione polinomiale). Cosa sono il grado, il coefficiente direttivo e il termine noto del polinomio? (2 punti)

Come si esegue la moltiplicazione di polinomi? Qual è il grado del prodotto di due polinomi? (2 punti)

Enunciate il teorema fondamentale della divisione dei polinomi. (2 punti)

67 Zeri dei polinomi

Quanti zeri reali può avere al massimo un polinomio qualsiasi di grado n ? (1 punto)

Un polinomio p di grado n abbia n zeri differenti a coppie. Come possiamo scrivere la dipendenza del polinomio p , in modo che da essa siano evidenti tutti i suoi zeri? (1 punto)

Quanti zeri reali può avere un polinomio di terzo grado? Elencate tutte le possibilità. (2 punti)

Riportate un esempio di un polinomio di quarto grado a coefficienti reali, che abbia esattamente due zeri reali differenti. (2 punti)

68 Funzione razionale

Come determiniamo gli zeri e i poli della funzione razionale? (2 punti)

Sia x_0 uno zero della funzione razionale f . Spiegate l'andamento della funzione f in un intorno piccolo a piacere dello zero x_0 . Elencate tutte le possibilità. (2 punti)

Sia x_0 un polo della funzione razionale f . Spiegate l'andamento della funzione f in un intorno piccolo a piacere del polo x_0 . Elencate tutte le possibilità. (2 punti)

69 Funzione razionale

Una funzione razionale f abbia tutti gli zeri e i poli nell'intervallo (a, b) . Spiegate l'andamento della funzione razionale f all'esterno dell'intervallo (a, b) . Elencate tutte le possibilità. (3 punti)

Quando il grafico di una funzione razionale ha un asintoto orizzontale? Come calcoliamo la sua equazione? (2 punti)

Proponete un esempio di funzione razionale il cui grafico abbia un asintoto di equazione $y = 2$. (1 punto)

70 Funzione seno

Definite la funzione seno. (1 punto)

Qual è il periodo minimo della funzione seno? Enunciate tutti gli zeri della funzione seno. (2 punti)

In quali punti la funzione seno ha il massimo e in quali il minimo? (2 punti)

Tracciate il grafico della funzione seno. (1 punto)

71 Funzione coseno

Definite la funzione coseno. (1 punto)

Qual è il periodo minimo della funzione coseno? Enunciate tutti gli zeri della funzione coseno. (2 punti)

In quali punti la funzione coseno ha il massimo e in quali il minimo? (2 punti)

Tracciate il grafico della funzione coseno. (1 punto)

72 Funzione tangente

Definite la funzione tangente. (1 punto)

Enunciate l'insieme di definizione della funzione tangente. (1 punto)

Qual è il periodo minimo della funzione tangente? Enunciate tutti gli zeri della funzione tangente. (2 punti)

Tracciate il grafico della funzione tangente. (2 punti)

73 Funzioni goniometriche

Per ogni funzione goniometrica tra seno, coseno e tangente enunciate se è pari o dispari. (2 punti)

Argomentate le risposte che avete dato alla prima domanda. (2 punti)

Esprimete $\sin(200^\circ)$ e $\cos(115^\circ)$ con il valore della funzione goniometrica dell'angolo acuto. (2 punti)

74 Funzioni goniometriche nel triangolo rettangolo

Sia α un angolo acuto di un triangolo rettangolo dato. Definite il seno, il coseno, la tangente e la cotangente dell'angolo α . (2 punti)

Sia α un angolo qualsiasi, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Enunciate la relazione fondamentale tra $\sin \alpha$ e $\cos \alpha$ e dimostrate la. (2 punti)

Enunciate ancora quattro relazioni tra le funzioni goniometriche nel triangolo rettangolo. (2 punti)

75 Funzioni goniometriche

Enunciate i teoremi di addizione per le funzioni seno e coseno. (2 punti)

Esprimete $\sin(2x)$ e $\cos(2x)$ con $\sin x$ e $\cos x$. (2 punti)

Risolvete l'equazione $\sin(2x) = \sin x$. (2 punti)

76 Funzioni goniometriche

Nello stesso sistema di coordinate tracciate i grafici delle funzioni seno e coseno. (2 punti)

Enunciate almeno due proprietà delle funzioni che sono comuni alle funzioni seno e coseno. (1 punto)

Enunciate almeno due proprietà nelle quali le funzioni seno e coseno si differenziano. (1 punto)

Calcolate tutti i punti d'intersezione tra i grafici delle funzioni seno e coseno. (2 punti)

77 Circonferenza

Enunciate la definizione geometrica della circonferenza. (1 punto)

Enunciate e ricavate l'equazione della circonferenza di raggio r , con centro nell'origine del sistema di coordinate. (2 punti)

Enunciate l'equazione della circonferenza di raggio r e con il centro nel punto $S(p, q)$. (1 punto)

Ricavate la dipendenza tra i numeri reali a e b , affinché l'equazione $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + 4 = 0$ rappresenti una circonferenza. (2 punti)

78 Ellisse

Enunciate la definizione geometrica dell'ellisse. (2 punti)

Enunciate l'equazione dell'ellisse con centro nell'origine del sistema di coordinate e l'equazione dell'ellisse con centro nel punto $S(p, q)$. In ambedue i casi gli assi dell'ellisse siano paralleli agli assi del sistema di coordinate. (2 punti)

Riportate un esempio di equazione dell'ellisse con il centro nell'origine del sistema di coordinate e tracciatela. Calcolate anche i suoi fuochi. (2 punti)

79 Iperbole

Enunciate la definizione geometrica dell'iperbole. (2 punti)

Enunciate l'equazione dell'iperbole con il centro nell'origine del sistema di coordinate, i cui assi giacciono sugli assi delle coordinate. Come calcoliamo le equazioni dei suoi asintoti? (2 punti)

Riportate un esempio di equazione dell'iperbole con il centro nell'origine del sistema di coordinate e tracciatela. Calcolate anche i suoi fuochi. (2 punti)

80 Parabola

Enunciate la definizione geometrica della parabola. (2 punti)

Enunciate l'equazione della parabola con il vertice nell'origine del sistema di coordinate e con il fuoco sull'asse delle ascisse. Come calcoliamo il fuoco e l'equazione della retta direttrice di tale parabola? (3 punti)

Riportate un esempio di equazione della parabola con il vertice nell'origine del sistema di coordinate e con il fuoco sull'asse delle ordinate. (1 punto)

81 Successioni

Definite la successione. Che cos'è il grafico di una successione? (2 punti)

Quando una successione è crescente? (1 punto)

Illustrate con un esempio una successione decrescente. (1 punto)

Quando una successione è limitata? (1 punto)

Riportate un esempio di successione che sia limitata superiormente e illimitata inferiormente. (1 punto)

82 Successione aritmetica

Definite la successione aritmetica ed enunciate il suo termine generale. (2 punti)

Illustrate con un esempio una successione aritmetica decrescente. (1 punto)

Come calcoliamo la somma dei primi n termini di una successione aritmetica, se ne conosciamo il primo termine e la ragione? (1 punto)

Dimostrate che per tre termini successivi qualsiasi a , b e c di una successione aritmetica vale che il termine centrale b è uguale alla media aritmetica dei due termini adiacenti a e c . (2 punti)

83 Successione geometrica

Definite la successione geometrica ed enunciate il suo termine generale. (1 punto)

Illustrate con un esempio una successione geometrica decrescente. (1 punto)

Come calcoliamo la somma dei primi n termini di una successione geometrica se ne conosciamo il primo termine e la ragione? Come calcoliamo tale somma se la ragione è uguale a 1? (2 punti)

Dimostrate che per tre termini successivi qualsiasi a , b e c di una successione geometrica di termini positivi vale che il termine centrale b è uguale alla media geometrica dei due termini adiacenti a e c . (2 punti)

84 Serie geometrica

Definite la serie o seriazione geometrica. Come stabiliamo se una serie geometrica è convergente? (2 punti)

Illustrate un esempio di serie geometrica convergente e un esempio di serie geometrica divergente. (2 punti)

Come si calcola la somma di una serie geometrica convergente se ne conosciamo il primo termine e la ragione? (1 punto)

Calcolate $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots$ (1 punto)

85 Calcolo dell'interesse

Descrivete i concetti fondamentali del calcolo dell'interesse composto: capitale, interessi, fattore di montante, periodo di capitalizzazione. (4 punti)

A quanto ammonterà l'importo del risparmio dopo n anni, se in banca depositiamo un capitale G_0 al tasso d'interesse annuale p %? La banca applica il calcolo dell'interesse composto con l'accredito annuale degli interessi. (2 punti)

86 Derivata

Definite la derivata di una funzione in un punto dato e descrivete il suo significato geometrico. (2 punti)

Sia f una funzione derivabile nel punto x_0 . Come calcoliamo l'equazione della retta tangente al grafico della funzione f nel punto x_0 ? (2 punti)

Sia f una funzione derivabile nel punto x_0 e sia $f'(x_0) \neq 0$. Come calcoliamo l'equazione della normale al grafico della funzione f nel punto x_0 ? (2 punti)

87 Estremi relativi

Definite il massimo relativo e il minimo relativo di una funzione. (2 punti)

Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile e x_0 un suo punto stazionario. Come si può stabilire, con l'aiuto della derivata, se la funzione ha un estremo relativo nel punto x_0 ? (2 punti)

Riportate un esempio di una funzione che abbia il massimo relativo $M = 3$ nel punto $x_0 = 2$. (1 punto)

Riportate un esempio di una funzione che non ha estremi relativi. (1 punto)

88 Derivata

Siano a, b, c, k e r dei numeri reali qualsiasi. Calcolate le derivate delle funzioni:

$f(x) = x^r$ (1 punto)

$g(x) = ax^2 + bx + c$ (1 punto)

$h(x) = \sin(ax) + b \cos x$ (1 punto)

$t(x) = \tan x$ (1 punto)

$s(x) = e^{kx}$ (1 punto)

$u(x) = \ln(\pi x + \pi^2)$ (1 punto)

89 Derivata

Il grafico della funzione derivabile f intersechi l'asse delle ascisse nel punto $T(x_0, 0)$. Enunciate la definizione dell'angolo α tra il grafico della funzione f e l'asse delle ascisse nel punto T . Come calcoliamo l'ampiezza dell'angolo α se conosciamo $f'(x_0)$? (2 punti)

I grafici delle funzioni derivabili f e g si intersechino nel punto $T(x_0, y_0)$. Enunciate la definizione dell'angolo φ tra i grafici delle funzioni f e g nel punto T . Come calcoliamo l'angolo φ , se conosciamo $f'(x_0)$ e $g'(x_0)$? Quando i due grafici sono ortogonali fra loro? (3 punti)

Proponete un esempio di una funzione derivabile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, il cui grafico intersechi l'asse delle ascisse nel punto $T(1, 0)$ con un angolo di 45° . (1 punto)

90 Integrale indefinito

Definite l'integrale indefinito di una funzione. (2 punti)

Enunciate le regole d'integrazione della somma di funzioni e del prodotto di una costante per una funzione. (2 punti)

Scegliete gli esempi di due funzioni e calcolate l'integrale indefinito della somma di tali funzioni. (2 punti)

91 Integrale indefinito

Siano a , b , k e r dei numeri reali qualsiasi. Calcolate:

$$\int (ax + b) dx \quad (1 \text{ punto})$$

$$\int x^r dx \text{ (sia per } r \neq -1, \text{ sia per } r = -1). \quad (2 \text{ punti})$$

$$\int (a \sin x + b \cos x) dx \quad (1 \text{ punto})$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx \quad (1 \text{ punto})$$

$$\int e^{kx} dx \quad (1 \text{ punto})$$

92 Integrale definito

Disegnate lo schizzo di una figura curvilinea che nell'intervallo $[a, b]$ sia delimitata dal grafico positivo della funzione continua f , dall'asse delle ascisse e dalle rette $x = a$ e $x = b$. Come calcoliamo l'area di tale figura curvilinea? (2 punti)

I grafici delle funzioni continue f e g si intersechino in $x = a$ e $x = b$. Come calcoliamo, con l'integrale definito, l'area del settore che nell'intervallo $[a, b]$ è delimitato dai grafici delle funzioni f e g ? (2 punti)

Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua dispari e a un numero positivo. Quant'è $\int_{-a}^a f(x) dx$? Spiegate con un esempio. (2 punti)

93 Integrale definito

Sia $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua. Spiegate il significato geometrico dell'integrale definito della funzione f nell'intervallo $[a, b]$. (1 punto)

Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua e a , b e c dei numeri reali tali che $a < b < c$.

Esprimete la somma $\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$ con un unico integrale definito. (1 punto)

Enunciate la relazione tra l'integrale definito e l'integrale indefinito (formula di Newton-Leibniz). (2 punti)

Illustrate con un esempio la relazione tra l'integrale indefinito e l'integrale definito. (2 punti)

94 Calcolo combinatorio

- Enunciate il teorema fondamentale del calcolo combinatorio. (1 punto)
- Spiegate con un esempio l'applicazione del teorema fondamentale del calcolo combinatorio. (1 punto)
- Enunciate la regola della somma. (1 punto)
- Spiegate con un esempio l'uso della regola della somma. (1 punto)
- Che cos'è l'albero combinatorio? (1 punto)
- Illustrate un esempio di albero combinatorio. (1 punto)

95 Permutazioni

- Che cosa sono le permutazioni senza ripetizione e quante sono? (2 punti)
- Riportate un esempio di permutazione senza ripetizione. (1 punto)
- Che cosa sono le permutazioni con ripetizione e quante sono? (2 punti)
- Riportate un esempio di permutazione con ripetizione. (1 punto)

96 Disposizioni

- Che cosa sono le disposizioni senza ripetizione e quante sono? (2 punti)
- Riportate un esempio di disposizione senza ripetizione. (1 punto)
- Che cosa sono le disposizioni con ripetizione e quante sono? (2 punti)
- Riportate un esempio di disposizione con ripetizione. (1 punto)

97 Combinazioni

- Che cos'è il coefficiente binomiale e come calcoliamo il suo valore? (1 punto)
- Descrivete tre proprietà di calcolo con i coefficienti binomiali. (3 punti)
- Che cosa sono le combinazioni senza ripetizione e quante sono? (1 punto)
- Riportate un esempio di combinazione senza ripetizione. (1 punto)

98 Teorema del binomio

- Enunciate il teorema del binomio e sviluppate l'espressione $(a + b)^4$. (2 punti)
- Sia n un numero naturale. Quanti sottoinsiemi ha l'insieme di n elementi? (1 punto)
- Descrivete la relazione tra il teorema del binomio e il triangolo di Pascal. (1 punto)
- Descrivete due proprietà dei coefficienti binomiali nel triangolo di Pascal. (2 punti)

99 Calcolo delle probabilità

Spiegate i concetti fondamentali del calcolo delle probabilità:

– prova, (1 punto)

– evento (eventi incerti o aleatori, eventi impossibili e eventi certi, eventi elementari, eventi composti), (2 punti)

– spazio campione. (1 punto)

Proponete un esempio di una prova ed elencate alcuni eventi in tale prova. Quale tra essi è impossibile, certo, elementare e quali sono eventi composti? (2 punti)

100 Calcolo delle probabilità

Definite la somma e il prodotto di eventi. (2 punti)

Quando due eventi sono incompatibili e quando sono compatibili? Come calcoliamo la probabilità della somma di due eventi compatibili? (2 punti)

Che cos'è l'evento complementare di un dato evento e come calcoliamo la sua probabilità? (1 punto)

Proponete un esempio di due eventi incompatibili e un esempio di un evento e del suo evento complementare. (1 punto)

101 Calcolo della probabilità

Che cos'è la frequenza relativa di un dato evento? Definite la probabilità empirica (statistica). Proponete un esempio. (2 punti)

Enunciate la definizione classica (matematica) di probabilità. Proponete un esempio. (2 punti)

Elencate due proprietà del calcolo delle probabilità. (2 punti)

102 Statistica

Descrivete i concetti statistici fondamentali:

– popolazione e campione, (1 punto)

– unità statistica e modalità statistica, (1 punto)

– parametro statistico. (1 punto)

Spiegate i concetti statistici fondamentali con un esempio concreto di indagine statistica. (3 punti)

103 Statistica

Definite la frequenza e la frequenza relativa di una data variabile statistica (dato). (2 punti)

Come calcoliamo la media aritmetica (valore medio) di dati singoli e di dati raggruppati (classi statistiche)? (2 punti)

Definite la moda dei dati. Come la determiniamo? (2 punti)

104 Statistica

- Definite la mediana dei dati. Come la determiniamo in funzione del numero dei dati? (2 punti)
- Definite il quartile. Che cos'è la differenza interquartile? (2 punti)
- Spiegate in che modo si disegna la scatola a baffi. Quale quota di dati giace tra il primo e il terzo quartile? (2 punti)

105 Statistica

- Che cos'è la deviazione standard? Come la calcoliamo? (2 punti)
- Disegnate la curva normale (di Gauss) e indicate su di essa μ . Qual è il significato del parametro σ ? (Il numero μ è il valore medio, σ invece è la deviazione standard della distribuzione.) (2 punti)
- In una distribuzione normale, quale percentuale del valore di una variabile giace nell'intervallo $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$? (1 punto)
- Quant'è l'area della parte di piano tra la curva normale (di Gauss) e l'asse delle ascisse? (1 punto)

Livello superiore

1 Calcolo proposizionale

Che cos'è una proposizione? (1 punto)

Che cos'è la negazione di una data proposizione? Quando la negazione è vera e quando è falsa? (1 punto)

Che cos'è la congiunzione di proposizioni? (1 punto)

Che cos'è la disgiunzione di proposizioni? Dimostrate che la proposizione $\neg(A \wedge B)$ ha valore uguale alla proposizione $(\neg A) \vee (\neg B)$ per proposizioni qualsiasi A e B . (3 punti)

2 Calcolo proposizionale

Che cos'è la tautologia? (1 punto)

Che cos'è l'implicazione? Dimostrate che la proposizione $A \Rightarrow B$ ha lo stesso valore della proposizione $(\neg B) \Rightarrow (\neg A)$ per proposizioni qualsiasi A e B . (3 punti)

Che cos'è l'equivalenza? Illustrate un esempio di equivalenza che sia vera. (2 punti)

3 Insiemi

Che cos'è l'insieme vuoto e che cos'è l'insieme universo? Che cos'è la potenza di un insieme? (1 punto)

Che cos'è la differenza tra due insiemi? Che cos'è l'insieme complementare? (2 punti)

Che cos'è l'insieme potenza di un insieme dato? Quant'è la potenza dell'insieme potenza? Argomentate la vostra risposta. (3 punti)

4 Insiemi

Quando l'insieme A è sottoinsieme dell'insieme B ? Quando due insiemi sono uguali? (1 punto)

Che cos'è l'intersezione tra due insiemi? Che cos'è l'unione di due insiemi? (2 punti)

Per gli insiemi A e B vale: $m(A) = n$, $m(B) = m$. Valutate quant'è la potenza degli insiemi $A \cup B$ e $A \cap B$. Quant'è la potenza del prodotto cartesiano degli insiemi A e B ? (3 punti)

5 Numeri naturali e numeri interi

Descrivete gli insiemi \mathbb{N} e \mathbb{Z} e rappresentateli sulla retta numerica. (1 punto)

Scrivete tutte e cinque le regole di calcolo fondamentali della somma e della moltiplicazione negli insiemi \mathbb{N} e \mathbb{Z} . (2 punti)

Che cos'è l'induzione matematica? Spiegate con un esempio. (3 punti)

6 Numeri dispari e numeri pari

- Definite i numeri pari e i numeri dispari. (1 punto)
- Dimostrate che la somma di due numeri dispari è un numero pari. (1 punto)
- Dimostrate che il quadrato di un numero dispari è un numero dispari. (2 punti)
- Dimostrate che la somma di due numeri dispari successivi è divisibile per 4. (2 punti)

7 Numeri primi

- Definite i concetti di numero primo e di numero composto. Scrivete l'insieme dei numeri primi minori di 20. Elencate tutti i numeri composti tra 30 e 40. (2 punti)
- Che cos'è la scomposizione di un numero naturale in fattori primi? La scomposizione in fattori primi è univoca? (2 punti)
- Dimostrate che l'insieme dei numeri primi è infinito. (2 punti)

8 Divisibilità

- Quando un numero naturale a è multiplo di un numero naturale b ? (1 punto)
- Definite la relazione di divisibilità nell'insieme \mathbb{N} . (1 punto)
- Descrivete tre proprietà della relazione di divisibilità. (3 punti)
- Dimostrate l'affermazione: Se il numero a divide i numeri b e c , allora divide anche la somma dei loro multipli. (1 punto)

9 Multipli e divisori

- Definite il massimo comune divisore e il minimo comune multiplo di due numeri naturali. Spiegate il metodo per il calcolo del minimo comune multiplo di due numeri naturali. (2 punti)
- Spiegate la relazione tra m , n , $m.c.m.(m, n)$ e $M.C.D.(m, n)$. (1 punto)
- Quando due numeri naturali sono primi fra loro? (1 punto)
- Spiegate con un esempio l'algoritmo di Euclide. (2 punti)

10 Divisione tra numeri naturali

- Enunciate il teorema fondamentale della divisione dei numeri naturali. (2 punti)
- Sia k un numero naturale. Descrivete l'insieme di tutti i resti nella divisione per il numero naturale k . (2 punti)
- Descrivete in che modo un numero naturale, espresso in notazione decimale, viene trascritto in notazione a base 2. (2 punti)

11 Criteri di divisibilità

- Per ogni numero $k \in \{2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10\}$ elencate i criteri di divisibilità per il numero k . (2 punti)
- Ricavate il criterio di divisibilità per il numero 2. (2 punti)
- Argomentate per il numero a tre cifre \overline{abc} il criterio di divisibilità per il numero 3. (2 punti)

12 Frazioni e numeri razionali

Che cos'è una frazione? Quando due frazioni rappresentano lo stesso numero razionale? (2 punti)

Come è definita la relazione \leq nell'insieme \mathbb{Q} ? Descrivete due proprietà di tale relazione. (2 punti)

Dimostrate che per due numeri razionali qualsiasi p e q , dove $p < q$, esiste un numero razionale r , tale che $p < r < q$. (2 punti)

13 Frazioni e notazione decimale

Come possiamo riconoscere, dalla notazione decimale di un numero, che esso può essere scritto in forma di frazione? Come possiamo trasformare una frazione qualsiasi nella sua notazione decimale? (2 punti)

Quali frazioni presentano una notazione decimale finita? Enunciate un esempio di frazione che non presenta una notazione decimale finita. (2 punti)

Riportate un esempio di un numero decimale periodico (la lunghezza del periodo sia di tre) e scrivetelo in forma di frazione. (2 punti)

14 Numeri reali

Quando un numero reale è un numero razionale e quando è irrazionale? In che cosa si differenziano le loro notazioni decimali? (2 punti)

Elencate tre esempi di numeri razionali e tre esempi di numeri irrazionali. (2 punti)

Dimostrate che $\sqrt{2}$ non è un numero razionale. (2 punti)

15 Valore assoluto

Definite il valore assoluto di un numero reale e spiegate il suo significato geometrico. (2 punti)

Spiegate il significato del numero $|b - a|$, dove a e b sono numeri reali. (1 punto)

Risolvete l'equazione $|x - a| = b$, dove b è un numero reale positivo. (1 punto)

Dimostrate che per due numeri reali qualsiasi x e y vale $|x + y| \leq |x| + |y|$. (2 punti)

16 Numeri complessi

Definite l'insieme dei numeri complessi. (1 punto)

In che modo vengono rappresentati graficamente i numeri complessi? (1 punto)

Definite la somma dei numeri complessi. (1 punto)

Descrivete il significato geometrico della somma dei numeri complessi. (1 punto)

Rappresentate nel piano complesso i sottoinsiemi dei numeri complessi $A = \{z \in \mathbb{C}; (\operatorname{Re}(z) \leq 2) \wedge (\operatorname{Im}(z) = -1)\}$ e $B = \{z \in \mathbb{C}; 2\operatorname{Re}(z) - \operatorname{Im}(z) = 3\}$. (2 punti)

17 Moltiplicazione di numeri complessi

Definite l'operazione moltiplicazione nell'insieme \mathbb{C} . (1 punto)

Descrivete il significato geometrico della moltiplicazione di un numero complesso con il numero -1 e il significato geometrico della moltiplicazione di un numero complesso per un numero reale. (2 punti)

Calcolate i^n , dove n è l'anno in corso. (1 punto)

Scegliete il numero complesso $z = a + bi$, dove a e b siano due numeri reali diversi da zero e descrivete la posizione del numero $i \cdot z$ nel piano complesso. (2 punti)

18 Valore assoluto di un numero complesso

Definite il valore assoluto di un numero complesso e illustrate il suo significato geometrico. (2 punti)

Dimostrate che $|z \cdot w| = |z| \cdot |w|$, dove z e w sono due numeri complessi. (2 punti)

Rappresentate nel piano complesso l'insieme dei punti $K = \{z \in \mathbb{C}; |z - 1 + i| = 3\}$. (2 punti)

19 Valore coniugato di un numero complesso

Definite il valore coniugato di un numero complesso e spiegate il suo significato geometrico. (2 punti)

Sia $z = a + bi$, $a \cdot b \neq 0$. Scrivete il numero z^{-1} nella forma $c + di$, dove $c, d \in \mathbb{R}$. (2 punti)

Dimostrate che il valore coniugato del prodotto di due numeri complessi è uguale al prodotto dei loro valori coniugati. (2 punti)

20 Equazioni

Che cos'è un'equazione e che cos'è la soluzione di un'equazione? Quando due equazioni sono equivalenti? (2 punti)

Descrivete il procedimento con il quale un'equazione data può essere trasformata in un'equazione a essa equivalente. (2 punti)

Come risolviamo un sistema di tre equazioni lineari a tre incognite? Scrivete un esempio di un tale sistema. (2 punti)

21 Potenze a esponente intero

Definite la potenza a esponente naturale e la potenza a esponente intero. (1 punto)

Elencate tre regole per il calcolo con le potenze a esponente intero. (3 punti)

Dimostrate due delle regole menzionate sopra. (2 punti)

22 Radicali

Per un numero naturale qualsiasi n e per un numero reale qualsiasi x definite la radice n -esima del numero x . (2 punti)

Come moltiplichiamo i radicali a indice uguale e come i radicali a indici differenti? Dimostrate l'ultima regola. (1 punto)

Come calcoliamo la radice di un prodotto? Come calcoliamo la radice di radice? (1 punto)

Razionalizzate il denominatore della frazione $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$. (2 punti)

23 Potenze a esponente razionale

Definite la potenza a base positiva ed esponente razionale. (1 punto)

Enunciate tre regole per il calcolo con tali potenze. (3 punti)

Dimostrate una tra le regole enunciate sopra. (2 punti)

24 Rette

Definite il parallelismo delle rette nel piano e il parallelismo delle rette nello spazio. (1 punto)

Elencate tutte le posizioni reciproche tra due rette nello spazio. (2 punti)

Enunciate due proprietà della relazione di parallelismo delle rette nello spazio. (2 punti)

Enunciate il postulato delle rette parallele. (1 punto)

25 Angoli

Spiegate i concetti di angolo nullo, angolo retto, angolo piatto e angolo giro. (2 punti)

Spiegate i concetti di angoli consecutivi e angoli adiacenti. (1 punto)

Quando un angolo è acuto e quando è ottuso? In un quadrilatero qualsiasi, quanti angoli interni al massimo possono essere ottusi? (2 punti)

Quando due angoli sono complementari e quando supplementari? (1 punto)

26 Angoli

Definite il grado, il primo e il secondo relativi all'ampiezza di un angolo. (1 punto)

Definite il radiante. (1 punto)

Descrivete la trasformazione tra gradi e radianti. A quanti gradi corrisponde un radiante? (2 punti)

Quanti radianti misurano rispettivamente gli angoli di 30° , 45° , 60° e 90° ? (1 punto)

Quando due angoli sono congruenti? (1 punto)

27 Triangolo

- Definite il triangolo. (1 punto)
- Definite l'angolo interno e l'angolo esterno di un triangolo. (2 punti)
- Quant'è la somma degli angoli interni di un triangolo? (1 punto)
- Quant'è la somma degli angoli esterni di un triangolo? Dimostrate l'affermazione. (2 punti)

28 Punti notevoli del triangolo

- Descrivete la costruzione dell'asse di un segmento e della bisettrice di un angolo. (2 punti)
- Come determiniamo il circocentro (centro della circonferenza circoscritta a un triangolo), l'incentro (centro della circonferenza inscritta in un triangolo) e l'ortocentro? (3 punti)
- In quale rapporto il baricentro divide la mediana? (1 punto)

29 Congruenza delle figure geometriche

- Definite la congruenza della figure geometriche. (1 punto)
- Enunciate quattro teoremi sulla congruenza dei triangoli. (4 punti)
- In un parallelogramma tracciamo una diagonale. Dimostrate che i triangoli così ottenuti sono congruenti fra loro. (1 punto)

30 Similitudine delle figure geometriche

- Definite la similitudine delle figure geometriche. (1 punto)
- Enunciate tre teoremi sulla similitudine dei triangoli. (3 punti)
- In un triangolo rettangolo tracciamo l'altezza all'ipotenusa. Quanti triangoli simili si formano? Dimostrate il teorema di Euclide o dell'altezza. (2 punti)

31 Parallelogramma

- Definite il parallelogramma. (1 punto)
- Elencate le proprietà degli angoli e dei lati del parallelogramma. (2 punti)
- Elencate i tipi particolari di parallelogrammi e descrivete le loro proprietà. (1 punto)
- Dimostrate che le diagonali di un rombo si intersecano con un angolo retto. (2 punti)

32 Trapezio

- Definite il trapezio. (1 punto)
- Enunciate le proprietà degli angoli del trapezio. (1 punto)
- Che cos'è la semisomma delle basi del trapezio e quali proprietà ha? (1 punto)
- Quando un trapezio è isoscele? Che cosa vale per gli angoli e per le diagonali di un trapezio isoscele? (1 punto)
- Come calcoliamo l'altezza di un trapezio se conosciamo le lunghezze dei lati? (2 punti)

33 Rette e circonferenze

In quali posizioni reciproche possono stare una retta e una circonferenza che appartengono allo stesso piano? (3 punti)

Descrivete la costruzione delle rette tangenti a una circonferenza attraverso un punto dato, esterno alla circonferenza. (3 punti)

34 Angolo al centro e angolo alla circonferenza

Definite l'angolo al centro e l'angolo alla circonferenza in un cerchio. (2 punti)

In quale relazione stanno tali due angoli, se insistono sullo stesso arco del cerchio? (1 punto)

Enunciate e dimostrate il teorema di Talete dell'angolo nel semicerchio. (2 punti)

Come viene applicato il teorema di Talete nella costruzione del triangolo rettangolo, date l'ipotenusa e l'altezza all'ipotenusa? (1 punto)

35 Teorema del seno e teorema del coseno

Enunciate il teorema del coseno. Descrivete con un esempio la sua applicazione. (2 punti)

Enunciate il teorema del seno. Descrivete con un esempio la sua applicazione. (2 punti)

Dimostrate uno dei teoremi menzionati sopra. (2 punti)

36 Aree delle figure geometriche

Enunciate la formula per il calcolo dell'area del triangolo se conosciamo tutti e tre i suoi lati. (1 punto)

Enunciate la formula per il calcolo dell'area del parallelogramma se conosciamo le lunghezze di due lati e l'ampiezza dell'angolo compreso. (1 punto)

Enunciate la formula per il calcolo dell'area del deltoide e dimostrate. (2 punti)

Enunciate la formula per il calcolo dell'area del trapezio e dimostrate. (2 punti)

37 Aree delle figure geometriche

Enunciate la formula per il calcolo dell'area del rombo e dimostrate. (2 punti)

Ricavate la formula per il calcolo dell'altezza del triangolo equilatero. (1 punto)

Enunciate la formula per il calcolo dell'area del triangolo equilatero. (1 punto)

Scrivete e argomentate la formula per l'area di un poligono regolare di n lati inscritto in un cerchio di raggio R . (2 punti)

38 Cerchio

Enunciate la formula per il calcolo dell'area e del perimetro del cerchio. (1 punto)

Ricavate la formula per il calcolo della lunghezza dell'arco di circonferenza. (1 punto)

Che cos'è il segmento circolare? Descrivete il procedimento per il calcolo della sua area. (2 punti)

Ricavate la formula per il calcolo dell'area del settore circolare. (2 punti)

39 Prisma

Descrivete il prisma retto e disegnate il suo sviluppo nel piano. (2 punti)

Quando un prisma ha tutti gli spigoli uguali e quando è regolare? (2 punti)

Enunciate le formule per il calcolo del volume e dell'area della superficie totale di un prisma retto. (1 punto)

Ricavate la formula per il calcolo del volume di un prisma regolare, a spigoli uguali, a sei facce. (1 punto)

40 Cilindro

Descrivete il cilindro retto. Disegnate il suo sviluppo nel piano.

Che cos'è la sezione assiale di un cilindro? (3 punti)

Ricavate la formula per il calcolo dell'area della superficie totale del cilindro. (2 punti)

Esprimete il volume di un cilindro equilatero con raggio di base r . (1 punto)

41 Piramide

Descrivete la piramide retta. (1 punto)

Quando una piramide ha tutti gli spigoli uguali e quando è regolare? (2 punti)

Enunciate la formula di base per il calcolo del volume della piramide. (1 punto)

Scrivete la formula per l'area della superficie laterale di una piramide regolare di n facce con lo spigolo di base a e con l'altezza della faccia laterale/apotema a_p . (1 punto)

Esprimete l'area della superficie totale di una piramide regolare a 6 facce con lo spigolo di base a e con l'altezza della piramide h . (1 punto)

42 Cono

Descrivete il cono retto. (1 punto)

Disegnate lo sviluppo nel piano di un cono. (1 punto)

Descrivete la sezione del cono con un piano che contiene l'asse del cono. (1 punto)

Enunciate e argomentate la formula per l'area della superficie laterale del cono. (2 punti)

Esprimete il volume di un cono equilatero con il raggio della base r . (1 punto)

43 Vettori

Che cos'è un vettore? (1 punto)

Definite la somma di vettori. (1 punto)

Definite il vettore nullo e il vettore contrario di un vettore dato. (1 punto)

Enunciate due proprietà della somma di vettori e dimostrate una delle due proprietà. (3 punti)

44 Vettori

Definite la moltiplicazione di un vettore per uno scalare. (1 punto)

Come scriviamo il vettore unitario in direzione del vettore \vec{a} ? (1 punto)

Cos'è la combinazione lineare di vettori? (1 punto)

In un esagono regolare $ABCDEF$ indichiamo con S l'intersezione delle diagonali più lunghe. Tra i vettori \overline{AB} , \overline{AD} , \overline{EF} , \overline{BC} e \overline{SE} indicate:

– tutti i vettori paralleli (1 punto)

– una coppia di vettori linearmente indipendenti. (1 punto)

Scrivete il vettore \overline{SE} come combinazione lineare dei vettori \overline{EF} e \overline{AB} . (1 punto)

45 Vettori

Definite la base ortonormale standard nello spazio \mathbb{R}^3 . (1 punto)

Siano A e B due punti nello spazio \mathbb{R}^3 . Esprimate il vettore \overline{AB} con le coordinate dei punti A e B e argomentate la risposta. (2 punti)

Esprimate le coordinate del punto medio S di un segmento AB con le coordinate degli estremi, cioè dei punti A e B . Ricavate la formula. (3 punti)

46 Prodotto scalare

Come possiamo calcolare il prodotto scalare di due vettori, se conosciamo le loro lunghezze e l'ampiezza dell'angolo tra di essi? (1 punto)

Enunciate due proprietà del prodotto scalare e dimostrate una delle due proprietà. (3 punti)

Come si può stabilire, con il prodotto scalare, se due vettori dati sono ortogonali fra loro? (1 punto)

Come si può stabilire, con il prodotto scalare, se due vettori dati sono paralleli? (1 punto)

47 Prodotto scalare nella base ortonormale standard

Come calcoliamo il prodotto scalare di due vettori nella base ortonormale standard? Argomentate la risposta. (2 punti)

Come calcoliamo la lunghezza di un vettore nella base ortonormale standard? Argomentate la risposta. (2 punti)

Come calcoliamo l'ampiezza dell'angolo tra due vettori nella base ortonormale standard? (1 punto)

Illustrate con un esempio il calcolo dell'angolo tra due vettori. (1 punto)

48 Sistema di coordinate nel piano

Definite il sistema di coordinate ortogonali nel piano \mathbb{R}^2 . (1 punto)

Ricavate la formula per il calcolo della distanza tra due punti. (2 punti)

Enunciate le coordinate del punto medio di un segmento di estremi dati. Argomentate la risposta. (2 punti)

Proiettate il punto $T(x, y)$ attraverso la retta di equazione $y = x$. Enunciate le coordinate del punto così ottenuto. (1 punto)

49 Funzioni

- Definite il concetto di funzione (proiezione) dall'insieme A nell'insieme B . (1 punto)
- Quando una funzione è iniettiva, quando suriettiva e quando biiettiva? (3 punti)
- Tracciate il grafico o enunciate la dipendenza di una funzione che non è suriettiva. (1 punto)
- Tracciate il grafico o enunciate la dipendenza di una funzione che non è iniettiva. (1 punto)

50 Proprietà delle funzioni

- Quando una funzione in un intervallo è crescente e quando è decrescente? (2 punti)
- Tracciate il grafico o enunciate la dipendenza di una funzione che non è né crescente né decrescente. (1 punto)
- Quando una funzione f è limitata? (2 punti)
- Definite il limite superiore esatto e il limite inferiore esatto di una funzione limitata f . (1 punto)

51 Proprietà delle funzioni

- Quando una funzione f è dispari e quando è pari? (2 punti)
- Come è possibile vedere dal suo grafico se una funzione f è pari o dispari? (1 punto)
- Enunciate la condizione di esistenza della funzione inversa. Come determiniamo la dipendenza della funzione inversa? (2 punti)
- Che cosa vale per i grafici delle funzioni f e f^{-1} ? (1 punto)

52 Funzione lineare

- Definite la funzione lineare e spiegate che cos'è il suo grafico. (2 punti)
- Tenendo conto della dipendenza dal coefficiente angolare k , analizzate la crescita e la decrescenza di una funzione lineare f . (2 punti)
- Di quanto varia il valore di una funzione f , se aumentiamo il valore della variabile indipendente di a ? (1 punto)
- Sia f una funzione lineare strettamente crescente, con il termine noto positivo. Qual è il segno dello zero della funzione f ? (1 punto)

53 Equazione della retta

- Scrivete la forma esplicita dell'equazione della retta. Le equazioni di quali rette possono essere scritte in tale forma? (2 punti)
- Scrivete la forma implicita dell'equazione della retta. Le equazioni di quali rette possono essere scritte in tale forma? (2 punti)
- Una retta nel piano abbia equazione $ax + by + c = 0$. Che cosa deve valere per i numeri reali a , b e c , in modo da poter scrivere l'equazione della retta nella forma segmentaria? (2 punti)

54 Rette nel piano

Definite l'angolo d'inclinazione di una retta e spiegate la relazione tra l'angolo d'inclinazione e il coefficiente angolare di una retta data (quando questo esiste). (2 punti)

Che cosa vale per i coefficienti angolari delle rette parallele? (1 punto)

Che cosa vale per i coefficienti angolari delle rette perpendicolari? (1 punto)

Ricavate la formula per l'angolo tra le rette con i coefficienti angolari k_1 e k_2 . (2 punti)

55 Disequazioni lineari

Descrivete con un esempio la risoluzione delle disequazioni lineari a una incognita. (2 punti)

Siano a e b due numeri reali. Analizzate la disequazione lineare $ax + b < 0$. (2 punti)

Per ciascuno degli insiemi $[2, \infty)$ e \mathbb{R} riportate un esempio di disequazione lineare a un'incognita il cui insieme di soluzioni sia l'insieme dato. (2 punti)

56 Funzione potenza

Definite la funzione potenza a esponente intero negativo. (1 punto)

Tracciate i grafici delle funzioni potenza i cui esponenti sono -1 e -2 . (2 punti)

Confrontate le proprietà delle funzioni potenza a esponente intero pari e delle funzioni potenza a esponente intero negativo dispari. (3 punti)

57 Funzione radice

Per un numero naturale n qualsiasi, definite la funzione radice f con la dipendenza $f(x) = \sqrt[n]{x}$. (2 punti)

Tracciate nello stesso sistema di coordinate i grafici delle funzioni radice per $n = 2$, $n = 3$ e $n = 4$. (2 punti)

Enunciate l'insieme di definizione e l'insieme immagine di una qualsiasi funzione radice. (2 punti)

58 Funzione quadratica

Definite la funzione quadratica. (1 punto)

Elencate almeno quattro proprietà della funzione quadratica. (2 punti)

Esiste una funzione quadratica che è dispari? Determinate tutte le funzioni quadratiche pari. (2 punti)

Riportate un esempio di funzione quadratica pari limitata inferiormente. (1 punto)

59 Vertice del grafico della funzione quadratica

Che cos'è il vertice del grafico della funzione quadratica? Come lo calcoliamo? (2 punti)

Enunciate la forma riferita al vertice della dipendenza della funzione quadratica. (3 punti)

Riportate un esempio di una funzione quadratica limitata superiormente, il cui grafico abbia il vertice nel primo quadrante. (1 punto)

60 Zeri della funzione quadratica

Definite lo zero di una funzione, ed enunciate la forma scomposta con gli zeri della dipendenza della funzione quadratica. (1 punto)

Che cos'è il discriminante della funzione quadratica? (1 punto)

Spiegate il significato del discriminante della funzione quadratica nel calcolo dei suoi zeri. (3 punti)

Spiegate la relazione tra gli zeri della funzione quadratica e l'ascissa del vertice del suo grafico. (1 punto)

61 Equazione quadratica

Che cos'è un'equazione quadratica? Come la risolviamo? (1 punto)

Com'è la risoluzione di un'equazione quadratica nell'insieme dei numeri reali, e com'è nell'insieme dei numeri complessi? (2 punti)

Enunciate le formule del Viète per le equazioni quadratiche. (1 punto)

Dimostrate le formule del Viète per le equazioni quadratiche. (2 punti)

62 Disequazione quadratica

Che cos'è una disequazione quadratica? (1 punto)

Analizzate l'insieme delle soluzioni della disequazione quadratica $f(x) < 0$ considerando il coefficiente direttivo e il discriminante. (3 punti)

Riportate un esempio di disequazione quadratica, per la quale vale che l'insieme delle soluzioni è l'insieme di tutti i numeri reali. (1 punto)

Riportate un esempio di disequazione quadratica, per la quale vale che l'insieme delle soluzioni è l'insieme $\{7\}$. (1 punto)

63 Funzione esponenziale

Sia $a > 1$. Tracciate il grafico della funzione con la dipendenza $f(x) = a^x$. (1 punto)

Sia $0 < a < 1$. Tracciate il grafico della funzione con la dipendenza $f(x) = a^x$. (1 punto)

Enunciate quattro proprietà della funzione esponenziale. (2 punti)

Analizzate l'equazione $f(x) = c$, dove f è una funzione esponenziale, rispetto alla dipendenza dal parametro reale c . (2 punti)

64 Funzione logaritmica

Sia a un numero reale positivo. Definite la funzione logaritmica in base a . (1 punto)

Sia $a > 1$. Tracciate il grafico della funzione logaritmica in base a . (1 punto)

Sia $0 < a < 1$. Tracciate il grafico della funzione logaritmica in base a . (1 punto)

Enunciate quattro proprietà della funzione logaritmica. (2 punti)

Sia a un numero reale positivo, $a \neq 1$. Spiegate la relazione fra le funzioni espresse dalle dipendenze $f(x) = \log_a x$ e $g(x) = \log_{\frac{1}{a}} x$. (1 punto)

65 Calcolo con i logaritmi

Dimostrate che per due numeri reali positivi qualsiasi a e b , $a \neq 1$ e $b \neq 1$, e per due numeri reali positivi qualsiasi x e y vale che:

$$\log_a x + \log_a y = \log_a (x \cdot y), \quad (2 \text{ punti})$$

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}. \quad (2 \text{ punti})$$

Enunciate altre due regole di calcolo con i logaritmi. (2 punti)

66 Polinomi

Definite il polinomio (la funzione polinomiale). Cosa sono il grado, il coefficiente direttivo e il termine noto del polinomio? (2 punti)

Come si esegue la somma di polinomi? Qual è il grado della somma di due polinomi? (2 punti)

Enunciate il teorema fondamentale della divisione dei polinomi. (1 punto)

Spiegate la divisione di un polinomio qualsiasi p per un polinomio q con la dipendenza $q(x) = x - c$, dove c è un numero reale qualsiasi. (1 punto)

67 Zeri dei polinomi

Quanti zeri reali può avere al massimo un polinomio qualsiasi di grado n ? (1 punto)

Un polinomio p di grado n abbia n zeri differenti a coppie. Come possiamo scrivere la dipendenza del polinomio p , in modo che da essa siano evidenti tutti i suoi zeri? (1 punto)

Quanti zeri reali può avere un polinomio di terzo grado, e quanti un polinomio di quarto grado? Elencate tutte le possibilità. (2 punti)

Descrivete il metodo di bisezione per la determinazione degli zeri dei polinomi. (2 punti)

68 Funzione razionale

Sia x_0 uno zero della funzione razionale f . Spiegate l'andamento della funzione f in un intorno piccolo a piacere dello zero x_0 . Elencate tutte le possibilità. (2 punti)

Sia x_0 un polo della funzione razionale f . Spiegate l'andamento della funzione f in un intorno piccolo a piacere del polo x_0 . Elencate tutte le possibilità. (2 punti)

Descrivete come risolviamo una disequazione razionale. (2 punti)

69 Funzione razionale

Una funzione razionale f abbia tutti gli zeri e i poli nell'intervallo (a, b) . Spiegate l'andamento della funzione razionale f all'esterno dell'intervallo (a, b) . Elencate tutte le possibilità. (3 punti)

Quando il grafico di una funzione razionale ha un asintoto obliquo? Come calcoliamo l'equazione dell'asintoto obliquo, quando esiste? (2 punti)

Proponete un esempio di funzione razionale il cui grafico ha un asintoto di equazione $y = 2x$. (1 punto)

70 Funzione seno

Definite la funzione seno. (1 punto)

Qual è il periodo minimo della funzione seno? Enunciate tutti gli zeri della funzione seno. (2 punti)

Tracciate il grafico della funzione seno. (1 punto)

Per quali $a \in \mathbb{R}$ la retta di equazione $y = a$ interseca il grafico della funzione seno? Nei casi in cui la retta data e il grafico della funzione seno abbiano un insieme di intersezione non vuoto, enunciate tutte le loro intersezioni. (2 punti)

71 Funzione coseno

Definite la funzione coseno. (1 punto)

Qual è il periodo minimo della funzione coseno? Enunciate tutti gli zeri della funzione coseno. (2 punti)

Tracciate il grafico della funzione coseno. (1 punto)

Per quali $a \in \mathbb{R}$ la retta di equazione $y = a$ interseca il grafico della funzione coseno? Nei casi in cui la retta data e il grafico della funzione coseno abbiano un insieme di intersezione non vuoto, enunciate tutte le loro intersezioni. (2 punti)

72 Funzione tangente

Definite la funzione tangente. (1 punto)

Enunciate l'insieme di definizione della funzione tangente. (1 punto)

Enunciate tutti gli zeri della funzione tangente. (1 punto)

Tracciate il grafico della funzione tangente. (1 punto)

Determinate tutte le intersezioni del grafico della funzione tangente con la retta di equazione $y = a$, dove $a \in \mathbb{R}$. (2 punti)

73 Funzioni goniometriche

Per ogni funzione goniometrica tra seno, coseno e tangente enunciate se è pari o dispari. (1 punto)

Argomentate le risposte che avete dato alla prima domanda. (2 punti)

Scrivete l'espressione tra $\sin(\pi - x)$ e $\sin(x)$ e l'espressione tra $\cos(\pi + x)$ e $\cos(x)$. (2 punti)

Dimostrate che $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ per ogni numero reale x . (1 punto)

74 Funzioni goniometriche nel triangolo rettangolo

Sia α un angolo acuto di un triangolo rettangolo dato. Definite il seno, il coseno, la tangente e la cotangente dell'angolo α . (2 punti)

Sia α un angolo qualsiasi, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Enunciate la relazione fondamentale tra $\sin \alpha$ e $\cos \alpha$ e dimostratecela. (2 punti)

Enunciate ancora quattro relazioni tra le funzioni goniometriche nel triangolo rettangolo, e dimostrate una di esse. (2 punti)

75 Funzioni goniometriche

Enunciate i teoremi di addizione per le funzioni seno e coseno. (2 punti)

Esprimete $\sin(2x)$ e $\cos(2x)$ con $\sin x$ e $\cos x$. Eseguite la dimostrazione di una delle formule. (2 punti)

Esprimete $\tan(2x)$ con $\tan x$. Eseguite la dimostrazione. (2 punti)

76 Funzioni circolari

Definite la funzione arcoseno. (1 punto)

Enunciate l'insieme di definizione e l'insieme immagine della funzione arcoseno. (2 punti)

Tracciate il grafico della funzione arcoseno. (1 punto)

Definite la funzione arcotangente. (1 punto)

Tracciate il grafico della funzione arcotangente. (1 punto)

77 Circonferenza

Enunciate la definizione geometrica della circonferenza, e ricavate l'equazione della circonferenza di raggio r , con centro nel punto $S(p, q)$. (3 punti)

Siano a e b due numeri reali qualsiasi, c sia invece un numero reale positivo. Quali insiemi di punti nel piano possono essere rappresentati dall'equazione $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$? (3 punti)

78 Ellisse

Enunciate la definizione geometrica dell'ellisse. (2 punti)

Enunciate l'equazione dell'ellisse con centro nell'origine del sistema di coordinate e l'equazione dell'ellisse con centro nel punto $S(p, q)$. In ambedue i casi gli assi dell'ellisse siano paralleli agli assi del sistema di coordinate. (2 punti)

Siano A, C, D, E e F dei numeri reali e sia $A \cdot C > 0$. Quali insiemi di punti nel piano possono essere rappresentati dall'equazione $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$? (2 punti)

79 Iperbole

Enunciate la definizione geometrica dell'iperbole. (2 punti)

Enunciate l'equazione dell'iperbole con centro nell'origine del sistema di coordinate e l'equazione dell'iperbole con centro nel punto $S(p, q)$. In ambedue i casi gli assi dell'iperbole siano paralleli agli assi del sistema di coordinate. (2 punti)

Siano A, C, D, E e F dei numeri reali e sia $A \cdot C < 0$. Quali insiemi di punti nel piano possono essere rappresentati dall'equazione $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$? (2 punti)

80 Parabola

Enunciate la definizione geometrica della parabola. (1 punto)

Enunciate l'equazione della parabola che ha il vertice nel punto $T(r, d)$, e il cui asse di simmetria è parallelo all'asse delle ascisse. Calcolate il fuoco e l'equazione della retta direttrice di tale parabola. (3 punti)

Siano A, C, D, E e F dei numeri reali e sia $A = 0$ e $C \neq 0$ oppure $C = 0$ e $A \neq 0$. Quali insiemi di punti nel piano possono essere rappresentati dall'equazione $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$? (2 punti)

81 Successioni

Definite la successione. Che cos'è il grafico di una successione? (2 punti)

Quando una successione è monotona e quando è limitata? (2 punti)

Quando una successione è convergente e quando è divergente? (1 punto)

Riportate un esempio di successione convergente e un esempio di successione divergente. (1 punto)

82 Successione aritmetica

Definite la successione aritmetica ed enunciate il suo termine generale. (1 punto)

Illustrate con un esempio una successione aritmetica decrescente. (1 punto)

Come calcoliamo la somma dei primi n termini di una successione aritmetica, se ne conosciamo il primo termine e la ragione? Dimostrate l'affermazione. (2 punti)

Dimostrate che una successione (a_k) è aritmetica esattamente quando, per un numero naturale qualsiasi n , la media aritmetica dei termini a_n e a_{n+2} è uguale a a_{n+1} . (2 punti)

83 Successione geometrica

Definite la successione geometrica ed enunciate il suo termine generale. (1 punto)

Come calcoliamo la somma dei primi n termini di una successione geometrica, se ne conosciamo il primo termine e la ragione? Come calcoliamo tale somma se la ragione è uguale a 1? Dimostrate l'affermazione. (3 punti)

Sia (a_k) una successione i cui termini sono positivi. Dimostrate che (a_k) è una successione geometrica esattamente, quando per un numero naturale qualsiasi n , la media geometrica dei termini a_n e a_{n+2} è uguale a a_{n+1} . (2 punti)

84 Serie geometrica

Che cos'è una serie? Quando una serie è convergente e quando è divergente? Che cos'è la somma di una serie convergente? (3 punti)

Definite la serie o seriazione geometrica. Come stabiliamo se una serie geometrica è convergente? (1 punto)

Come si calcola la somma di una serie geometrica convergente, se ne conosciamo il primo termine e la ragione? Dimostrate l'affermazione. (2 punti)

85 Calcolo dell'interesse

Descrivete i concetti fondamentali del calcolo dell'interesse composto: capitale, interessi, fattore di montante, periodo di capitalizzazione. (2 punti)

A quanto ammonterà l'importo del risparmio dopo n anni, se in banca depositiamo un capitale G_0 al tasso d'interesse annuale p %? La banca applica il calcolo dell'interesse composto con l'accredito annuale degli interessi. (2 punti)

Descrivete un esempio di estinzione di un mutuo bancario nel quale si applichi il calcolo dell'interesse composto con l'accredito annuale degli interessi. Il mutuo viene restituito con n rate annuali uguali, e la prima rata viene versata dopo un anno dalla stipula del mutuo. Il tasso d'interesse annuo è p %. Come calcoliamo l'ammontare della rata? (2 punti)

86 Derivata

Definite la derivata di una funzione in un punto dato e descrivete il suo significato geometrico. (2 punti)

Riportate un esempio di funzione e di un punto nel quale la funzione è derivabile, e, con la definizione di derivata, calcolate la sua derivata nel punto prescelto. (2 punti)

Sia f una funzione derivabile nel punto x_0 . Come calcoliamo l'equazione della retta tangente al grafico della funzione f nel punto x_0 ? (1 punto)

Sia f una funzione derivabile nel punto x_0 e sia $f'(x_0) \neq 0$. Come calcoliamo l'equazione della normale al grafico della funzione f nel punto x_0 ? (1 punto)

87 Estremi relativi

Definite il massimo relativo e il minimo relativo di una funzione. (2 punti)

Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile. Come si può stabilire, con l'aiuto della derivata prima, se la funzione f ha un estremo relativo nel punto x_0 ? (2 punti)

Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile due volte e x_0 un suo punto stazionario. Come si può stabilire, con l'aiuto della derivata seconda, se la funzione f ha un estremo relativo nel punto x_0 ? (2 punti)

88 Derivata

Siano a, b, c, d, k e r dei numeri reali qualsiasi. Calcolate le derivate delle funzioni:

$$f(x) = x^r \quad (1 \text{ punto})$$

$$g(x) = ax^2 + bx + c + dx^{-1} \quad (1 \text{ punto})$$

$$h(x) = \sin(ax) + b \cos x \quad (1 \text{ punto})$$

$$t(x) = \tan x \quad (1 \text{ punto})$$

$$s(x) = e^{kx} \quad (1 \text{ punto})$$

$$u(x) = x \cdot \ln(\pi x + \pi^2) \quad (1 \text{ punto})$$

89 Derivata

Il grafico della funzione derivabile f intersechi l'asse delle ascisse nel punto $T(x_0, 0)$.
Enunciate la definizione dell'angolo α tra il grafico della funzione f e l'asse delle ascisse nel punto T . Come calcoliamo l'ampiezza dell'angolo α , se conosciamo $f'(x_0)$? (2 punti)

Il grafico della funzione derivabile f intersechi l'asse delle ordinate nel punto $T(0, y_0)$.
Enunciate la definizione dell'angolo β tra il grafico della funzione f e l'asse delle ordinate nel punto T . Come calcoliamo l'ampiezza dell'angolo β , se conosciamo $f'(0)$? (2 punti)

I grafici delle funzioni derivabili f e g si intersechino nel punto $T(x_0, y_0)$. Enunciate la definizione dell'angolo φ tra i grafici delle funzioni f e g nel punto T . Come calcoliamo l'angolo φ se conosciamo $f'(x_0)$ e $g'(x_0)$ e teniamo in considerazione tutte le situazioni possibili? (2 punti)

90 Integrale indefinito

Definite l'integrale indefinito di una funzione. (2 punti)

Enunciate le regole d'integrazione della somma di funzioni e del prodotto di una costante per una funzione. (2 punti)

Descrivete con un esempio il metodo di sostituzione con l'introduzione di una nuova variabile d'integrazione nel calcolo dell'integrale indefinito. (2 punti)

91 Integrale indefinito

Sia a un numero reale positivo qualsiasi e sia r un numero reale qualsiasi.

Calcolate $\int x^r dx$ (sia per $r \neq -1$, sia per $r = -1$). (2 punti)

Calcolate $\int a^x dx$. (1 punto)

Enunciate la formula per l'integrazione con il metodo d'integrazione »per partes«. (1 punto)

Spiegate con un esempio il metodo d'integrazione »per partes«. (2 punti)

92 Integrale definito

Disegnate lo schizzo della figura che nell'intervallo $[a, b]$ è delimitata dal grafico della funzione continua positiva f , dall'asse delle ascisse e dalle rette $x = a$ e $x = b$. Come calcoliamo l'area di una tale figura curvilinea? (2 punti)

Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua dispari e a un numero reale positivo. Quant'è $\int_{-a}^a f(x) dx$? Argomentate la risposta. (2 punti)

Una figura curvilinea che con l'asse delle ascisse nell'intervallo $[a, b]$ è delimitata dal grafico della funzione continua positiva f , viene ruotata attorno all'asse delle ascisse di 360° . Disegnate lo schizzo. Enunciate la formula per il volume del solido di rotazione ottenuto. (2 punti)

93 Integrale definito

Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua. Spiegate il significato geometrico dell'integrale definito della funzione f nell'intervallo $[a, b]$. (1 punto)

Enunciate la relazione tra l'integrale definito e l'integrale indefinito (formula di Newton-Leibniz). Riportate un esempio. (2 punti)

Spiegate con un esempio il metodo di sostituzione con l'introduzione di una nuova variabile nel calcolo dell'integrale definito. (3 punti)

94 Calcolo combinatorio

Enunciate il teorema fondamentale del calcolo combinatorio. (1 punto)

Spiegate con un esempio l'applicazione del teorema fondamentale del calcolo combinatorio. (1 punto)

Enunciate la regola della somma. (1 punto)

Spiegate con un esempio l'uso della regola della somma. (1 punto)

Enunciate il principio di inclusione-esclusione per due insiemi e spiegate con un esempio. (1 punto)

Enunciate il principio di inclusione-esclusione per tre insiemi. (1 punto)

95 Permutazioni

Quante sono tutte le funzioni biettive dall'insieme finito A in se stesso? (1 punto)

Riportate un esempio di un insieme finito A e di una funzione biettiva da A a A . (1 punto)

Che cosa sono le permutazioni senza ripetizione e quante sono? (1 punto)

Riportate un esempio di permutazioni senza ripetizione. (1 punto)

Che cosa sono le permutazioni con ripetizione e quante sono? (1 punto)

Riportate un esempio di permutazione con ripetizione. (1 punto)

96 Disposizioni

L'insieme A abbia potenza r , l'insieme B abbia potenza n e sia $r < n$. Quante sono tutte le funzioni iniettive dall'insieme A all'insieme B ? (2 punti)

Siano A e B due insiemi finiti. Quante sono tutte le funzioni dall'insieme A all'insieme B ? (2 punti)

Che cosa sono le disposizioni senza ripetizione e quante sono? (1 punto)

Che cosa sono le disposizioni con ripetizione e quante sono? (1 punto)

97 Combinazioni

Che cos'è il coefficiente binomiale e come calcoliamo il suo valore? (1 punto)

Descrivete tre proprietà di calcolo con i coefficienti binomiali. (3 punti)

Che cosa sono le combinazioni senza ripetizione e quante sono? (1 punto)

Per i numeri interi non negativi n e r , dove $r \leq n$, descrivete la relazione tra i numeri D_n^r e C_n^r . (1 punto)

98 Teorema del binomio

Enunciate il teorema del binomio. (1 punto)

La potenza dell'insieme A è n . Qual è la potenza dell'insieme potenza dell'insieme A ? Eseguite la dimostrazione della risposta da voi data. (2 punti)

Descrivete la relazione tra il teorema del binomio e il triangolo di Pascal. (1 punto)

Descrivete due proprietà dei coefficienti binomiali nel triangolo di Pascal. (2 punti)

99 Calcolo delle probabilità

Spiegate i concetti fondamentali del calcolo delle probabilità:

– prova ed evento (eventi casuali o aleatori, eventi impossibili e certi, eventi elementari, eventi composti), (2 punti)

– spazio campione, (1 punto)

– sistema completo degli eventi di una prova. (1 punto)

Proponete un esempio di una prova e descrivete alcuni eventi in tale prova. Esprimeteli con gli eventi elementari dello spazio campione. Quale tra essi è impossibile, certo, elementare e quali sono eventi composti? (2 punti)

100 Calcolo delle probabilità

Definite la somma e il prodotto di eventi. (1 punto)

Quando due eventi sono incompatibili e quando sono compatibili? Come calcoliamo la probabilità della somma di due eventi compatibili? (2 punti)

Quando due eventi sono dipendenti e quando sono indipendenti? Come calcoliamo il prodotto di due eventi dipendenti? (2 punti)

Proponete un esempio di due eventi indipendenti e calcolate la probabilità del prodotto di tali eventi. (1 punto)

101 Calcolo delle probabilità

Che cos'è la frequenza relativa di un dato evento? Definite la probabilità empirica (statistica). (2 punti)

Enunciate la definizione classica (matematica) di probabilità. (1 punto)

Definite la probabilità condizionata. (1 punto)

Definite la successione di Bernoulli delle prove indipendenti. Come calcoliamo la probabilità che un dato evento si realizzi esattamente k volte in n ripetizioni della prova? (2 punti)

102 Statistica

Descrivete i concetti statistici fondamentali:

- popolazione e campione (rappresentativo, casuale), (1 punto)
- unità statistica e modalità statistica, (1 punto)
- parametro statistico. (1 punto)

Proponete un esempio di indagine statistica e spiegate, per mezzo di esso, i concetti statistici fondamentali. (1 punto)

Spiegate con un esempio la differenza tra una variabile statistica quantitativa e una qualitativa e la differenza tra una variabile statistica continua e una discreta. (2 punti)

103 Statistica

Definite la distribuzione di frequenza, la distribuzione di frequenza relativa e la distribuzione di frequenza cumulativa di una data modalità statistica. (3 punti)

Come calcoliamo la media aritmetica (il valore medio) di dati singoli e di dati raggruppati (classi statistiche)? (2 punti)

Definite la moda dei dati. Come la determiniamo? (1 punto)

104 Statistica

Definite la mediana dei dati. Come la determiniamo in base al numero dei dati? (2 punti)

Definite il quartile. Che cos'è la differenza interquartile? (2 punti)

Spiegate in che modo si disegna la scatola a baffi. Quale quota di dati giace tra il primo e il terzo quartile? (2 punti)

105 Statistica

Che cos'è la deviazione standard? Come la calcoliamo? (2 punti)

Disegnate la curva normale (di Gauss) e indicate su di essa μ . Qual è il significato del parametro σ ? (Il numero μ è il valore medio, σ è invece la deviazione standard.) (2 punti)

In una distribuzione normale, quale percentuale del valore di una variabile giace nell'intervallo $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$? (1 punto)

Quant'è l'area della parte di piano tra la curva normale (di Gauss) e l'asse delle ascisse? (1 punto)

SPLOŠNA NAVODILA

1. Pri izvedbi ustnega izpita morate upoštevati navodila za izvedbo ustnega izpita, ki so objavljena v *Vodniku po splošni maturi*.
2. V kompletu je 35 listkov za ustni izpit, posebej za osnovno in posebej za višjo raven. Na vsakem listku so po tri vprašanja, vsako vprašanje je razčlenjeno na podvprašanja. Izpitni listki morajo biti predloženi tako, da pri izbiri kandidat ne more videti vsebine vprašanj. Kandidat lahko enkrat zamenja izpitni listek.
3. Število točk, ki jih doseže kandidat, vpišete v zapisnik o poteku ustnega izpita. V prva tri polja vpišete število doseženih točk pri odgovorih na vprašanja, v četrto pa število točk, doseženih s korektnim matematičnim izražanjem.
4. Pri ustnem izpitu in pripravi nanj uporaba računalna ni dovoljena; izjema so kandidati s posebnimi potrebami, ki jim je bilo računalno pri ustnem izpitu odobreno v sklepu DK SM o prilagojenem načinu opravljanja splošne mature.
5. Izpitni listki so izpitna tajnost in v skladu s tem morajo ravnati tudi šolske izpitne komisije.
6. Gradiva za ustne izpite ni dovoljeno fotokopirati ali kako drugače razmnoževati, ker je avtorsko zaščiteno, in se bo morebitna zloraba kaznovala.

MERILA ZA OCENJEVANJE

Kandidat lahko pri ustnem izpitu doseže 20 točk, od tega:

- do 18 točk za odgovore na vprašanja in
- do 2 točki za korektno matematično izražanje.

- 1) Odgovor na vprašanje z izpitnega listka se skladno z veljavnim *Predmetnim izpitnim katalogom za splošno maturo – matematika* točkuje z od 0 do 6 točkami. V tem delu lahko kandidat prejme skupaj največ 18 točk.

Vsako vprašanje je razčlenjeno na podvprašanja. Največje število točk, ki jih kandidat lahko prejme za povsem pravilen odgovor na posamezno podvprašanje, je zapisano pri vsakem podvprašanju.

Vse točke prejme kandidat, ki pravilno odgovori na posamezno podvprašanje in tudi na morebitna izpraševalčeva dodatna vprašanja, s katerimi preverja razumevanje snovi. Pri ustnem izpitu izpraševalec vsebine vprašanj in podvprašanj ne razširja, lahko pa postavlja dodatna vprašanja, s katerimi preveri kandidatovo razumevanje snovi, na primer: *razložite, pojasnite, utemeljite, povejte še drug podoben primer* ipd.

- 2) Poleg odgovorov na vprašanja se oceni tudi kandidatova korektnost matematičnega izražanja. V tem delu lahko prejme največ 2 točki:

2 točki prejme kandidat, ki se korektno matematično izraža, vključno z uporabo ustrezne matematične terminologije in simbolike.

1 točko prejme kandidat, ki se pretežno korektno matematično izraža in le delno uporablja ustrezno matematično terminologijo in simboliko.

0 točk prejme kandidat v ostalih primerih.