



Codice del candidato:

Državni izpitni center



I SESSIONE D'ESAME

# MATEMATICA

## Prova d'esame 1

### Livello base

**Mercoledì 2 giugno 2004 / 120 minuti**

*Al candidato è consentito l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice tascabile senza interfaccia grafica e senza possibilità di calcolo algebrico o simbolico, del compasso e di due squadretti e un righello. Al candidato va consegnato il fascicolo con allegate due schede di valutazione e due fogli per la minuta.*

**ESAME DI MATURITÀ LICEALE**

#### INDICAZIONI PER I CANDIDATI

**Leggete attentamente le seguenti indicazioni. Non tralasciate nulla!**

**Non voltate pagina e non iniziate a risolvere gli esercizi prima del via dell'insegnante preposto.**

Incollate o scrivete il vostro numero di codice nello spazio apposito su questa pagina in alto a destra e sulle schede di valutazione.

Questa prova d'esame comprende 12 esercizi, vanno risolti tutti nello spazio sotto il testo dell'esercizio. **I valutatori non terranno conto dei fogli per la minuta.**

È d'obbligo l'uso della penna stilografica o a sfera. Se ritenete di aver sbagliato tracciate una barra sulle soluzioni errate. Disegnate i grafici delle funzioni con la matita. Fate attenzione che le risoluzioni siano scritte in modo chiaro e leggibile. Nelle risoluzioni mettete ben in evidenza il procedimento, i calcoli intermedi e le vostre deduzioni.

A pagina 2 trovate un elenco delle formule più impegnative che non è necessario sapere a memoria. Forse qualcuna vi potrà essere utile.

Il punteggio totale massimo conseguibile è di 72 punti. **Gli esercizi risolti a matita e le risoluzioni non chiare e illeggibili verranno valutati con zero (0) punti. Se avete risolto l'esercizio con più versioni, indicate in modo inequivocabile la risoluzione da correggere.**

Leggete attentamente ogni esercizio, risolvete con ponderazione. Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Buon lavoro.

*Questa prova d'esame ha 16 pagine, di cui 2 vuote.*

## Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $h_c^2 = a_1b_1$
- Raggi delle circonferenze circoscritta ed inscritta ad un triangolo:  $R = \frac{abc}{4A}$ ,  $r = \frac{A}{p}$ ,  $p = \frac{a+b+c}{2}$
- Formule di bisezione:  

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} ; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} ; \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Funzioni trigonometriche relative al triplo di un angolo:  
 $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$ ,  $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$
- Teoremi di addizione:  
 $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$   
 $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$   

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$
- Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:  
 $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$ ,  $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$   
 $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$ ,  $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$   

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$
,  $\operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$
- Formule di Werner o della scomposizione del prodotto:  
 $\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x + y) - \cos(x - y)]$ ;  
 $\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)]$ ;  
 $\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$
- Distanza del punto  $T_0(x_0, y_0)$  dalla retta  $ax + by - c = 0$ :  

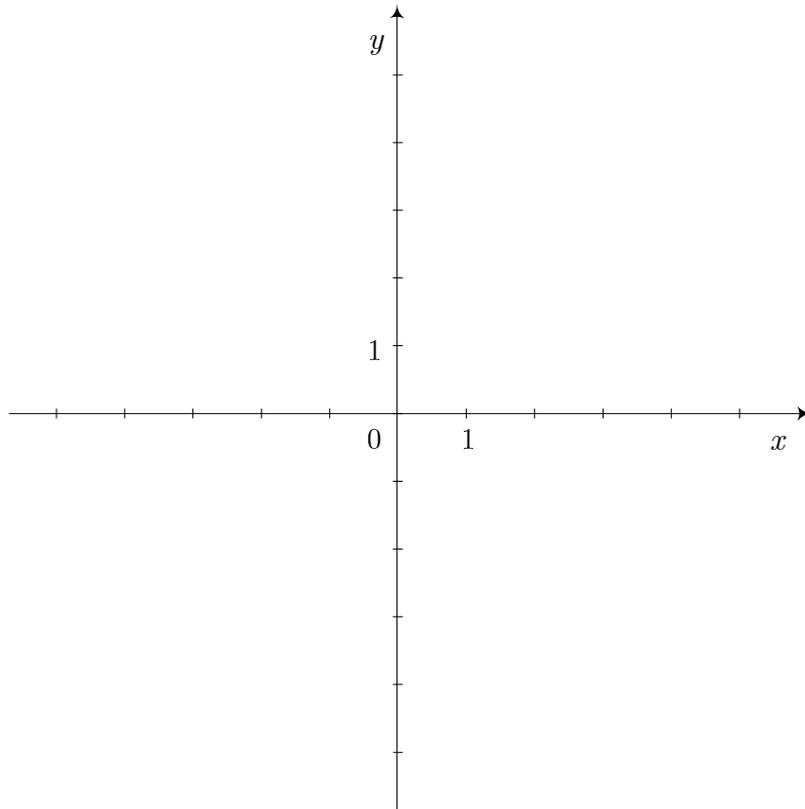
$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Area del triangolo di vertici  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :  

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Ellisse:  $c^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;  $a > b$
- Iperbole:  $c^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;  $a$  è il semiasse reale.
- Parabola:  $y^2 = 2px$ , fuoco  $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrali:  

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$$
,  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + C$

01. Tracciate le rette di equazione  $y = x - 1$  e  $y = -x + 3$ . Calcolate l'area del triangolo che le rette racchiudono con l'asse delle ascisse.

(5 punti)



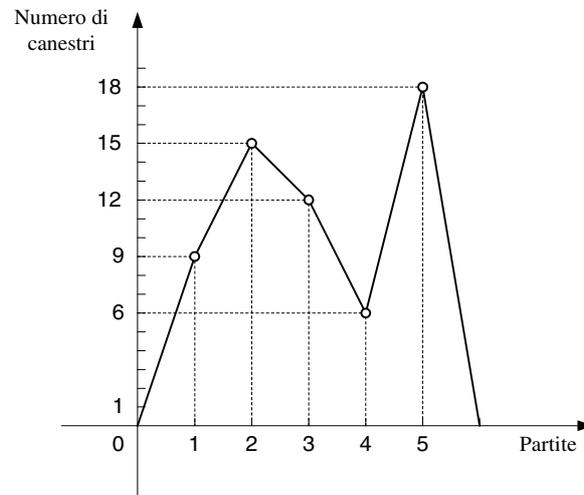
02. Il prezzo di un prodotto, dopo il rincaro del 25 %, ammonta a 4.200,00 SIT . Calcolate il prezzo iniziale del prodotto. Di quale importo in talleri il negozio ha, superato il rincaro permesso che era del 20 % ?

*(5 punti)*

03. Calcolate per quali valori di  $x$  le espressioni  $x^2 - 7$ ,  $1 - x$ ,  $2$  sono i termini successivi di una progressione geometrica decrescente.

*(6 punti)*

04. Marko e Žiga giocano a pallacanestro. Marko ha giocato cinque partite, Žiga invece tre. Nel poligono di frequenza dato sono riportati il numero di canestri che Marko ha segnato in ogni partita:



Il numero di canestri segnati da Žiga sono riportati nella tabella:

|                        | Numero di canestri |
|------------------------|--------------------|
| 1 <sup>o</sup> partita | $x$                |
| 2 <sup>o</sup> partita | 9                  |
| 3 <sup>o</sup> partita | 17                 |

Quanti canestri ha segnato Žiga durante la prima partita se ambedue hanno avuto la stessa media di canestri segnati per partita?

(6 punti)

05. Le diagonali del rombo  $ABCD$  misurano  $e = |AC| = 16$  cm e  $f = |BD| = 12$  cm . Calcolate la lunghezza del lato del rombo e la sua area.

*(5 punti)*

06. I punti  $A(5, 2)$  e  $B(-1, -2)$  sono gli estremi di uno dei diametri di una circonferenza. Calcolate le coordinate del centro e il raggio della circonferenza, scrivete la sua equazione.

*(6 punti)*

07. Risolvete l'equazione  $\sin x + \cos^2 x - \sin^2 x = 1$ .

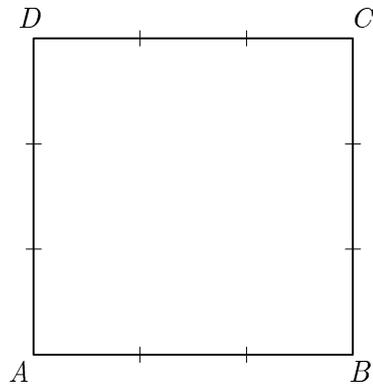
*(6 punti)*

08. Risolvete l'equazione  $\frac{\log 20 + \log x}{\log(5x + 1)} = 2$ .

*(6 punti)*

09. La figura è il quadrato  $ABCD$  di lato 3. Disegnate il vettore  $\vec{x} = 2\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AD}$ . Calcolate, con esattezza, il modulo del vettore  $\vec{x}$  e l'ampiezza dell'angolo  $\varphi$  tra i vettori  $\vec{x}$  e  $\vec{AB}$ , con l'esattezza al primo di grado.

(7 punti)



10. È dato il numero complesso  $z = 3 - 2i$ . Calcolate il numero complesso  $w = z^2 - z^{-1} \cdot |z|^2$ .  
Scrivete il risultato nella forma  $w = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ).

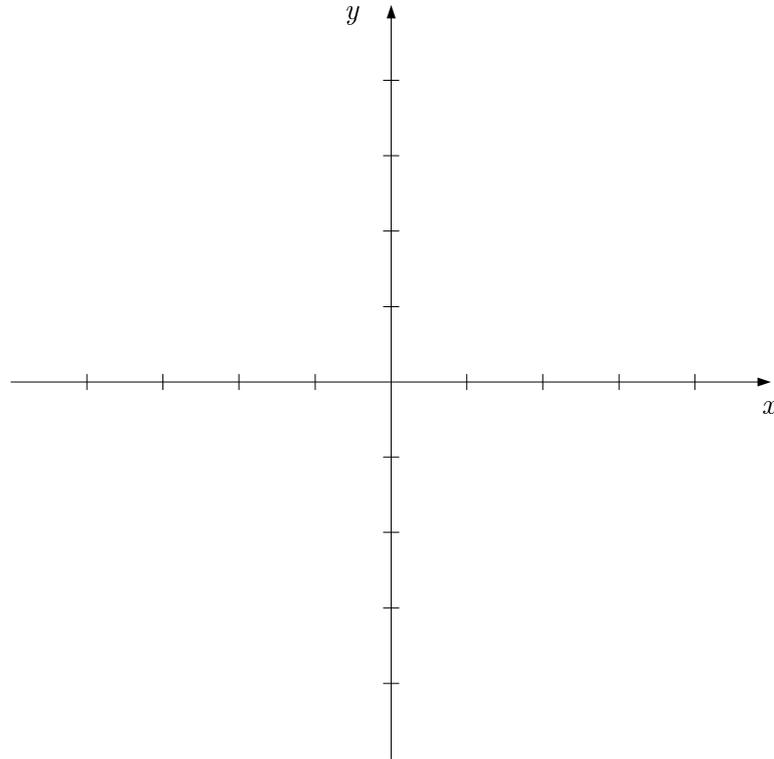
(7 punti)

11. Calcolate l'angolo con il quale il grafico della funzione  $f(x) = \frac{x-2}{x}$  interseca l'asse delle ascisse. Scrivete l'ampiezza dell'angolo con l'esattezza al centesimo di grado.

*(6 punti)*

12. Nel sistema di coordinate dato, tracciate le parabole di equazione  $y = 1 - x^2$  e  $y = 4 - 4x^2$ .  
Calcolate l'area della figura delimitata dalle due parabole.

(7 punti)



PAGINA VUOTA

PAGINA VUOTA