



Codice del candidato:

Državni izpitni center



M 0 6 1 4 0 2 1 1 1

PRIMA SESSIONE D'ESAME

MATEMATICA

Prova d'esame 1

Livello superiore

Giovedì, 1 giugno 2006 / 90 minuti

Al candidato è consentito l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice tascabile senza interfaccia grafica e senza possibilità di calcolo algebrico o simbolico, del compasso e di due squadretti e un righello. Al candidato va consegnato il fascicolo con allegate due schede di valutazione e due fogli per la minuta.

MATURITÀ GENERALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete attentamente le seguenti indicazioni. Non tralasciate nulla!

Non voltate pagina e non iniziate a risolvere gli esercizi prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice nello spazio apposito su questa pagina in alto a destra e sulle schede di valutazione.

Questa prova d'esame comprende 12 esercizi, vanno risolti tutti nello spazio sotto il testo dell'esercizio. **I valutatori non terranno conto dei fogli per la minuta.**

È d'obbligo l'uso della penna stilografica o a sfera. **Se ritenete di aver sbagliato tracciate una barra sulle soluzioni errate.** Disegnate i grafici delle funzioni con la matita. Fate attenzione che le risoluzioni siano scritte in modo chiaro e leggibile. Nelle risoluzioni mettete ben in evidenza il procedimento, i calcoli intermedi e le vostre deduzioni.

A pagina 2 trovate un elenco delle formule più impegnative che non è necessario sapere a memoria. Forse qualcuna vi potrà essere utile.

Le soluzioni degli esercizi della prova d'esame non vanno scritti a matita. Se avete risolto l'esercizio con più versioni, indicate in modo inequivocabile la risoluzione da correggere.

Il punteggio totale massimo conseguibile è di 80 punti.

Leggete attentamente ogni esercizio, risolvete con ponderazione. Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità.

Buon lavoro.

Questa prova d'esame ha 16 pagine, di cui 2 vuote.

Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $h_c^2 = a_1b_1$
- Raggi delle circonferenze circoscritta ed inscritta ad un triangolo: $R = \frac{abc}{4A}$, $r = \frac{A}{p}$, $p = \frac{a+b+c}{2}$
- Formule di bisezione:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} ; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} ; \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Funzioni trigonometriche relative al triplo di un angolo:
 $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$, $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$
- Teoremi di addizione:
 $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$
 $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$
- Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:
 $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$, $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$
 $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$
, $\operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$
- Formule di Werner o della scomposizione del prodotto:
 $\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)]$;
 $\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$;
 $\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$
- Distanza del punto $T_0(x_0, y_0)$ dalla retta $ax + by - c = 0$:

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Area del triangolo di vertici $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Ellisse: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$
- Iperbole: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; a è il semiasse reale.
- Parabola: $y^2 = 2px$, fuoco $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrali:

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$$
, $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + C$

01. Risolvete le equazioni:

a) $4^x = \frac{1}{2}$

b) $\log_4 x = \frac{1}{2}$

c) $\cos x = \frac{1}{2}$

(7 punti)

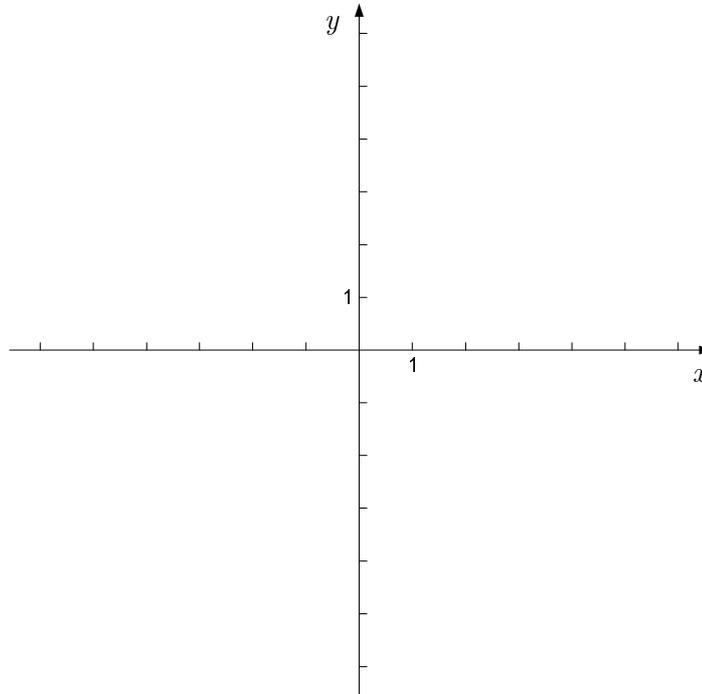
02. Nelle righe sottostanti sono scritti i termini di tre successioni aritmetiche. Scrivete, nei rettangoli vuoti, i termini mancanti. Alla fine di ogni riga scrivete la ragione d della successione relativa ad ogni riga.

(7 punti)

$$\begin{array}{cccccc} 2, & 5, & 8, & 11, & \square & \dots & d = \square \\ -5, & \square, & 3, & 7, & 11 & \dots & d = \square \\ 11, & \square, & 1, & \square, & -9 & \dots & d = \square \end{array}$$

03. Tracciate il grafico della funzione $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$. Scrivete lo zero, il polo, l'asintoto orizzontale e l'intersezione del grafico con l'asse delle ordinate.

(6 punti)

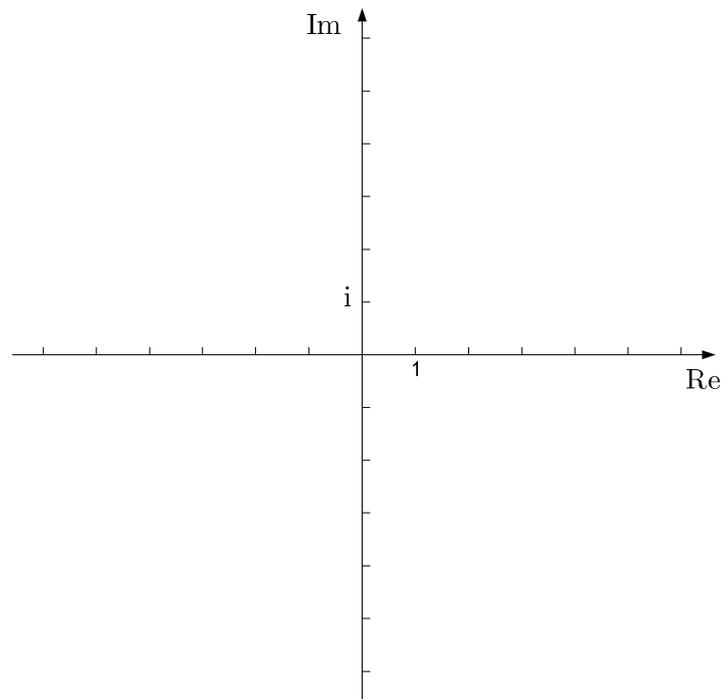


04. Calcolate l'integrale definito $\int_0^{\frac{\pi}{6}} (6 \cos x + 1) dx$. Il risultato sia esatto.

(7 punti)

05. Disegnate il numero $z = 10i^{2006} (1 - 2i)^{-1}$ nel piano complesso.

(8 punti)



06. Scrivete le equazioni di quelle rette tangenti al grafico della funzione $f(x) = x^3 - x$ che sono parallele alla retta $2x - y - 3 = 0$.

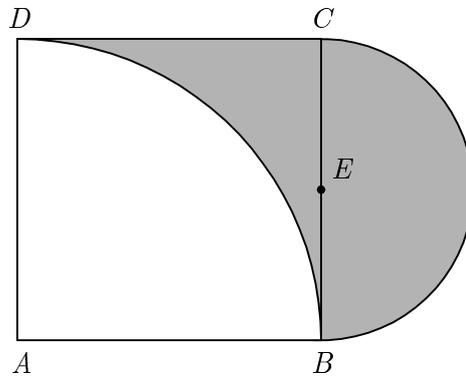
(8 punti)

07. Marco ha comperato da un fioraio 7 rose e 3 orchidee pagando il tutto 4700 SIT . Sandi ha comperato dallo stesso fioraio 3 rose e 5 orchidee pagando invece 4800 SIT . Qual è il prezzo di una rosa e quale quello di una orchidea?

(5 punti)

08. Il lato a del quadrato $ABCD$ misura 4 unità. Nella figura sono disegnati due archi. Uno degli archi ha il centro nel punto A , il secondo nel punto medio E del lato BC . Calcolate con esattezza l'area della figura geometrica ombreggiata che trovate nel disegno.

(6 punti)



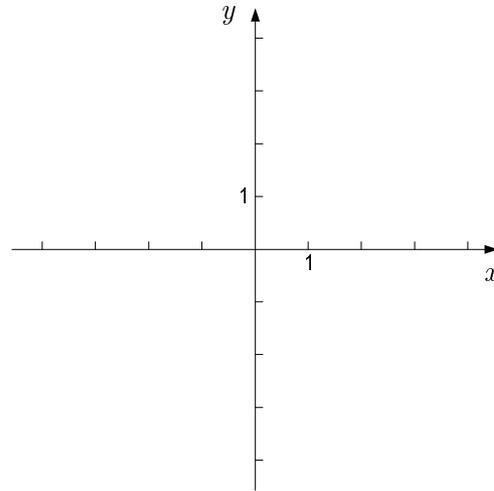
09. Mettiamo in fila, scegliendole a caso, le lettere del nome HUBERT usando però ogni lettera esattamente una volta. Calcolate la probabilità degli eventi:

- A – la parola composta inizia con la lettera T e
- B – abbiamo composto la parola TREBUH.

(5 punti)

10. La funzione f è data come $f(x) = \begin{cases} 1; & x \leq 1 \\ x; & x > 1 \end{cases}$. Tracciate il grafico e calcolate l'area della figura delimitata dal grafico e l'asse delle ascisse nell'intervallo $[0, 2]$.

(8 punti)



11. Sono dati i vettori $\vec{a} = (2, -1, 3)$ e $\vec{b} = (1, -2, 5)$. Calcolate il loro prodotto scalare. Calcolate il vettore $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b}$. Calcolate con esattezza il modulo del vettore \vec{x} .

(6 punti)

12. Il coefficiente direttivo di una funzione quadratica è $a = 1$, uno zero è $x_1 = 3$ e ha l'estremo in $x = 1$. Scrivete la funzione.

(7 punti)

PAGINA VUOTA

PAGINA VUOTA