



Codice del candidato:

Državni izpitni center



M 0 7 1 4 0 2 1 1 1

PRIMA SESSIONE D'ESAME

MATEMATICA

≡ Prova d'esame 1 ≡

Livello superiore

Sabato, 2 giugno 2007 / 90 minuti

Al candidato è consentito l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice tascabile senza interfaccia grafica e senza possibilità di calcolo algebrico o simbolico, del compasso e di due squadretti e un righello. Al candidato vanno consegnati il fascicolo con allegate due schede di valutazione e due fogli per la minuta.

MATURITÀ GENERALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete attentamente le seguenti indicazioni. Non tralasciate nulla!

Non voltate pagina e non iniziate a risolvere gli esercizi prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice nello spazio apposito su questa pagina in alto a destra e sulle schede di valutazione.

Questa prova d'esame comprende 12 esercizi, vanno risolti tutti nello spazio sotto il testo dell'esercizio. **I valutatori non terranno conto dei fogli per la minuta.**

È d'obbligo l'uso della penna stilografica o a sfera. **Se ritenete di aver sbagliato tracciate una barra sulle soluzioni errate.** Disegnate i grafici delle funzioni con la matita. Fate attenzione che le risoluzioni siano scritte in modo chiaro e leggibile. Nelle risoluzioni mettete ben in evidenza il procedimento, i calcoli intermedi e le vostre deduzioni.

A pagina 2 trovate un elenco delle formule più impegnative che non è necessario sapere a memoria. Forse qualcuna vi potrà essere utile.

Le soluzioni degli esercizi della prova d'esame non vanno scritti a matita. Se avete risolto l'esercizio con più versioni, indicate in modo inequivocabile la risoluzione da correggere.

Leggete attentamente ogni esercizio, lavorate con ponderazione. Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità.

Il punteggio totale massimo conseguibile è di 80 punti.

Buon lavoro.

Questa prova d'esame ha 16 pagine, di cui 2 bianche.

Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $h_c^2 = a_1b_1$
- Raggi delle circonferenze circoscritta ed inscritta ad un triangolo: $R = \frac{abc}{4A}$, $r = \frac{A}{p}$, $p = \frac{a+b+c}{2}$
- Formule di bisezione:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} ; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} ; \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Funzioni trigonometriche relative al triplo di un angolo:
 $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$, $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$
- Teoremi di addizione:
 $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$
 $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$
- Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:
 $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$, $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$
 $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$
, $\operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$
- Formule di Werner o della scomposizione del prodotto:
 $\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)]$;
 $\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$;
 $\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$
- Distanza del punto $T_0(x_0, y_0)$ dalla retta $ax + by - c = 0$:

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Area del triangolo di vertici $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Ellisse: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$
- Iperbole: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; a è il semiasse reale.
- Parabola: $y^2 = 2px$, fuoco $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrali:

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C, \quad \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + C$$

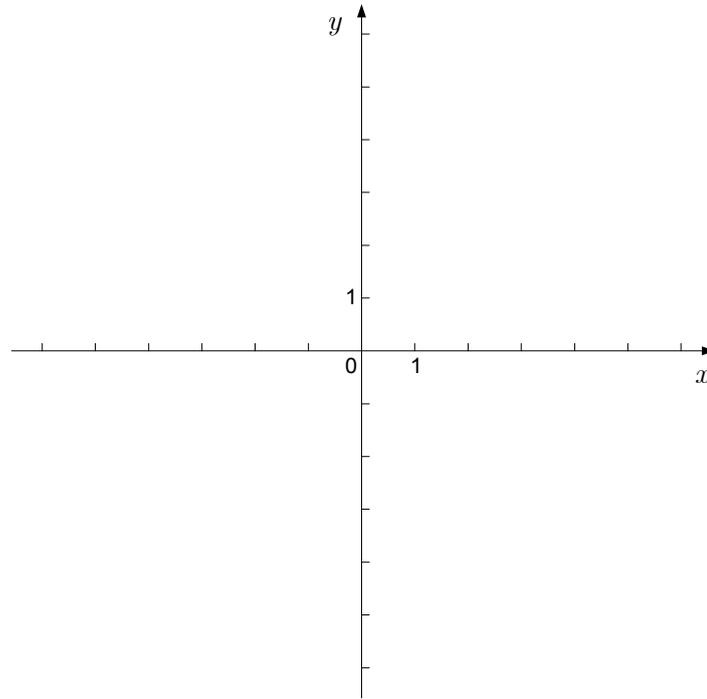
01. Il numero 12345678900 è divisibile per i numeri seguenti? Cerchiate SÌ o NO.

(5 punti)

Il numero è divisibile per 1 .	SÌ	NO
Il numero è divisibile per 2 .	SÌ	NO
Il numero è divisibile per 3 .	SÌ	NO
Il numero è divisibile per 4 .	SÌ	NO
Il numero è divisibile per 5 .	SÌ	NO
Il numero è divisibile per 6 .	SÌ	NO
Il numero è divisibile per 9 .	SÌ	NO
Il numero è divisibile per 10 .	SÌ	NO
Il numero è divisibile per 25 .	SÌ	NO
Il numero è divisibile per 100 .	SÌ	NO

02. Tracciate le rette di equazioni $y = -3$ e $y = -2x + 3$ e calcolate l'area del triangolo che le rette racchiudono con l'asse delle ordinate.

(6 punti)



03. Sono dati i numeri complessi $z_1 = 3 + 4i$ e $z_2 = 1 - i$. Calcolate $z_1 + z_2$, z_1^2 , $\overline{z_1} \cdot z_2$ e $|z_1|$.

(8 punti)

04. Calcolate l'altezza minore del triangolo di lati $a = 6,5$ cm, $b = 7$ cm e $c = 7,5$ cm .

(6 punti)

05. Risolvete l'equazione $2^{x+3} - 3 \cdot 2^{x+1} = \frac{1}{32}$.

(5 punti)

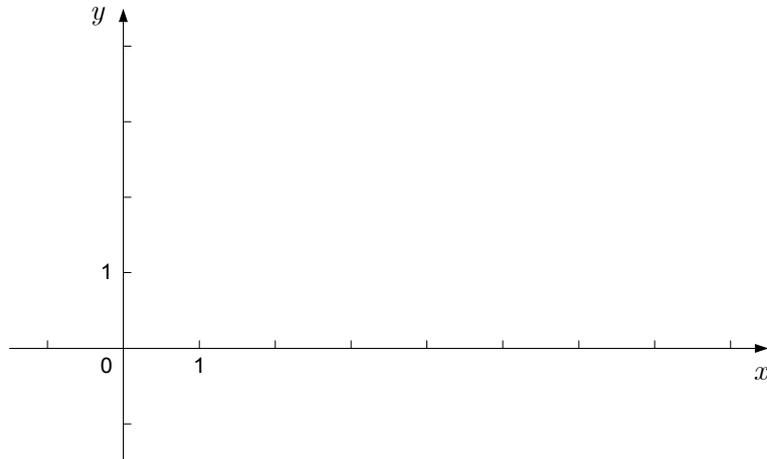
06. Componiamo con le cifre 1, 2, 3, 4, 7, 9 numeri di tre cifre a cifre diverse tra loro.

- a) Quanti numeri possiamo comporre?
- b) Quanti numeri dispari possiamo comporre?
- c) Quanti numeri maggiori di 300 e minori di 500 possiamo comporre?

(6 punti)

07. I punti $A(0,0)$, $B(7,0)$, $C(3,3)$ sono i vertici di un triangolo. Riportate i punti nel sistema coordinato. Calcolate la lunghezza del lato $a = |BC|$, l'ampiezza dell'angolo $\beta = \sphericalangle ABC$ e il prodotto scalare $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$. Calcolate con esattezza la lunghezza del lato e il prodotto scalare, l'ampiezza dell'angolo sia espressa ai primi di grado.

(7 punti)



08. La curva di equazione $y = \frac{4}{x}$ ha due tangenti con l'angolo d'inclinazione di 135° . Scrivete le equazioni delle due tangenti.

(8 punti)

09. Calcolate le ascisse dei punti d'intersezione tra i grafici delle funzioni $f(x) = 2x^2 + x$ e $g(x) = x^2 + x + 1$ e inoltre l'area della figura delimitata dai due grafici.

(8 punti)

10. Sia $\sin 2x \neq 0$. Semplificate l'espressione $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos^3 x}{\sin 2x}$ e il risultato sia un monomio.

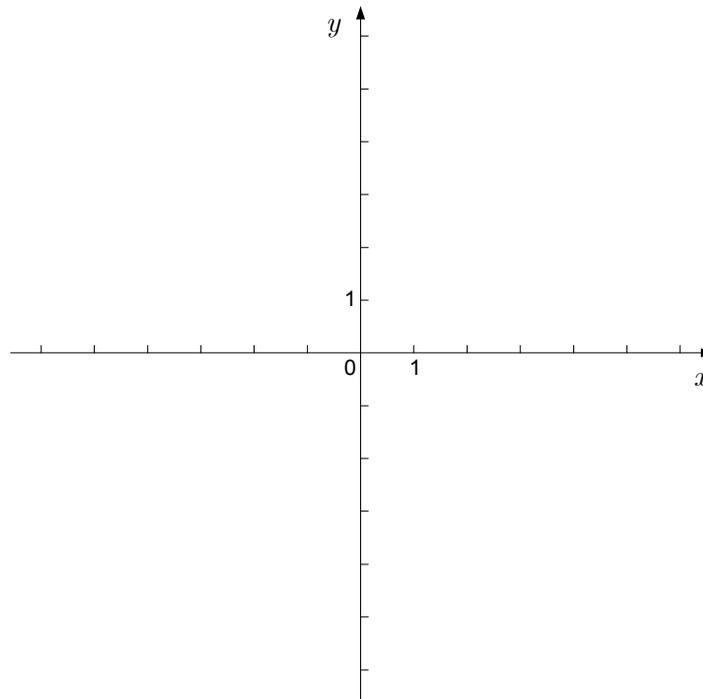
(6 punti)

11. Calcolate il primo termine e la ragione della successione geometrica crescente se $a_2 + a_3 = 12$ e $a_4 - a_3 = 18$. Scrivete i primi quattro termini della successione.

(8 punti)

12. Tracciate il grafico della funzione $f(x) = \frac{x+1}{x^2+2x-3}$ (senza l'uso della derivata). Scrivete i punti d'intersezione del grafico con gli assi coordinati, i poli e l'equazione dell'asintoto orizzontale.

(7 punti)



PAGINA BIANCA

PAGINA BIANCA