



Codice del candidato:

**Državni izpitni center**



SESSIONE AUTUNNALE

**Livello di base**

# **MATEMATICA**

**≡ Prova d'esame 1 ≡**

**Martedì, 25 agosto 2009 / 120 minuti**

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, di una calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e possibilità di calcolo con simboli, nonché del compasso, di due squadrette e di un righello.  
Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

**MATURITÀ GENERALE**

## **INDICAZIONI PER I CANDIDATI**

**Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.**

**Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.**

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra e sulla scheda di valutazione. Scrivete il vostro numero di codice anche sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di 12 quesiti, risolvendo correttamente i quali potete conseguire fino a un massimo di 80 punti. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 2.

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti **all'interno della prova** utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verrà assegnato il punteggio di zero (0). Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

*La prova si compone di 16 pagine, di cui 2 bianche.*

## Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $h_c^2 = a_1b_1$
- Raggi delle circonferenze circoscritta ed inscritta ad un triangolo:  $R = \frac{abc}{4A}$ ,  $r = \frac{A}{p}$ ,  $p = \frac{a+b+c}{2}$
- Formule di bisezione:  

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} ; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} ; \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Funzioni trigonometriche relative al triplo di un angolo:  
 $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$ ,  $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$
- Teoremi di addizione:  
 $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$   
 $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$   

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$
- Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:  
 $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$ ,  $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$   
 $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$ ,  $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$   
 $\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$ ,  $\cot x \pm \cot y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$
- Formule di Werner o della scomposizione del prodotto:  
 $\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)]$   
 $\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$   
 $\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$
- Distanza del punto  $T_0(x_0, y_0)$  dalla retta  $ax + by - c = 0$ :  

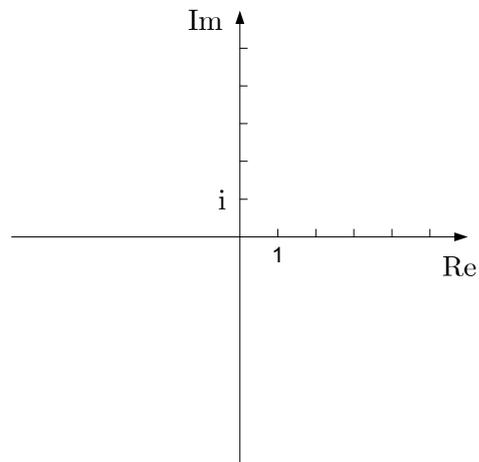
$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Area del triangolo di vertici  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :  

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Ellisse:  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;  $a > b$
- Iperbole:  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;  $a$  è il semiasse reale.
- Parabola:  $y^2 = 2px$ , fuoco  $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrali:  

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$$
, 
$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

01. Scrivete il numero complesso  $z = (2 - i)(1 + 3i)$  nella forma  $a + bi$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ . Disegnate il numero  $z$  nel piano complesso e calcolate  $|z|$ . Fate l'estrazione parziale del risultato.

(6 punti)



02. Risolvete l'equazione  $\log(x + 15) + \log x = 2$ .

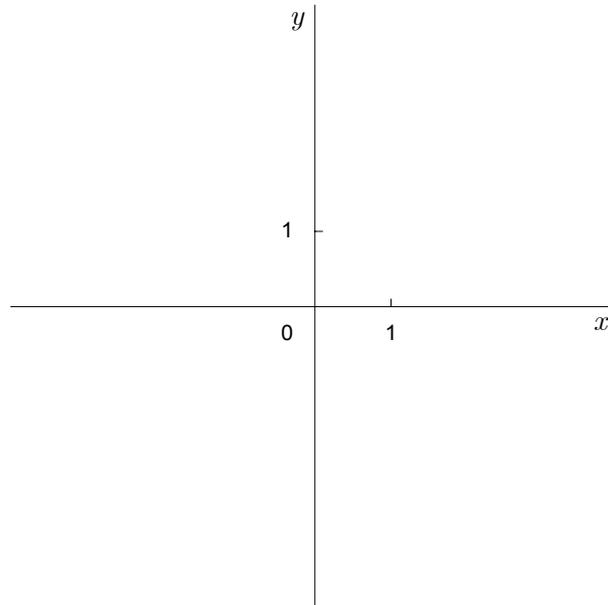
*(6 punti)*

03. È dato il polinomio  $p(x) = 10x^3 - 19x^2 + ax + 4$ . Determinate il numero reale  $a$  in modo che il numero 2 sia uno zero del polinomio. Calcolate poi i rimanenti zeri del polinomio  $p$ .

*(7 punti)*

04. Nel sistema coordinato dato tracciate la retta di equazione  $y = 2x - 2$ . Indicate sulla retta il punto  $A$  di ordinata  $-1$ . Scrivete l'ascissa del punto  $A$  e calcolate di quanto dista il punto  $A$  dall'origine del sistema coordinato. Il risultato sia esatto.

(7 punti)



05. In un triangolo isoscele l'altezza alla base misura  $h_c = 5$  cm, l'angolo  $\alpha$  alla base invece  $52^\circ$ . Calcolate le lunghezze della base e del lato del triangolo, e poi anche la sua area. I risultati siano espressi con tre cifre significative.

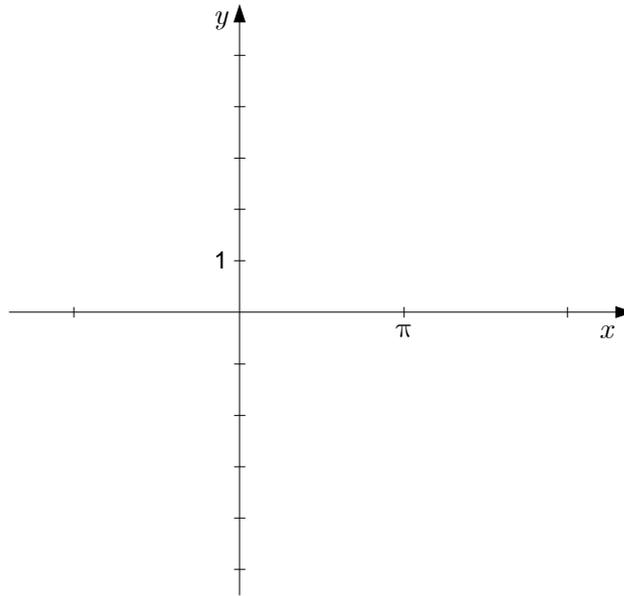
*(6 punti)*

06. Semplificate l'espressione  $\frac{3}{x-2} - \frac{1}{x+2} - 4(x^2-4)^{-1}$ ;  $x \neq -2$ ,  $x \neq 2$ .

(6 punti)

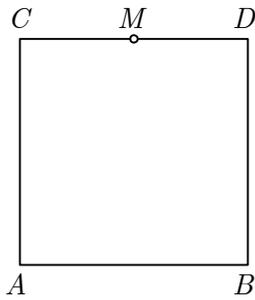
07. Calcolate gli zeri della funzione  $f(x) = 2 \cos x - 1$  e tracciate il suo grafico.

(8 punti)



08. Nel quadrato  $ABCD$  di lato  $a$  il punto  $M$  è il punto medio del lato  $CD$ . Calcolate i prodotti scalari indicati qui sotto scrivendo i risultati nella tabella.

(5 punti)



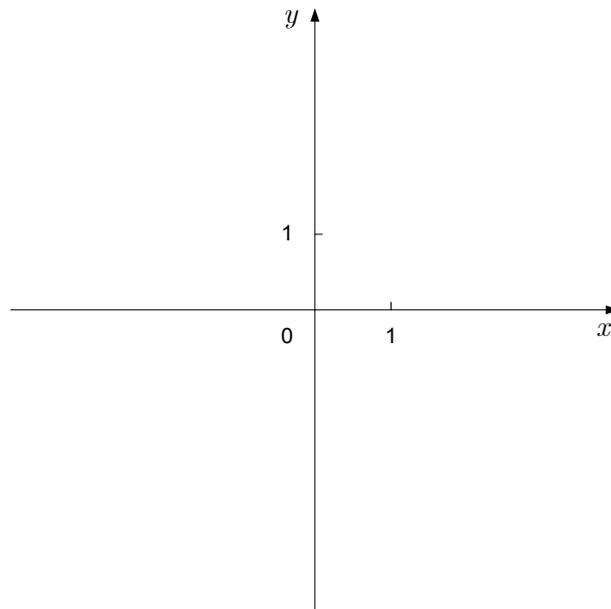
$\overline{AB} \cdot \overline{AD} =$
$\overline{AB} \cdot \overline{AB} =$
$\overline{AB} \cdot \overline{CD} =$
$\overline{AB} \cdot \overline{AC} =$
$\overline{AB} \cdot \overline{AM} =$

09. Calcolate i punti d'intersezione tra la parabola e la retta di equazioni  $y = x^2 - x - 2$  e  $y = x + 1$ . Calcolate inoltre l'angolo con il quale la parabola e la retta si intersecano nel primo quadrante. Il risultato sia esatto al centesimo di grado.

*(8 punti)*

10. Tracciate i grafici delle funzioni quadratiche  $f(x) = -x^2 + 1$  e  $g(x) = x^2 - 1$  nel sistema coordinato dato. Calcolate l'area della figura delimitata dai grafici delle funzioni.

(8 punti)



11. Calcolate i primi tre termini della successione di termine generale  $a_n = \frac{n+1}{2n}$ . Quale termine nella successione è uguale a 0,50125? Dimostrate che la successione è decrescente.

*(8 punti)*

12. Un insegnante distribuirà a caso a 12 allievi (tra cui ci sono anche Drago, Jaka e Milan, gli altri hanno nomi diversi) due tipi di prove: 6 allievi risolveranno la prova A, 6 allievi la prova B. Quant'è la probabilità che Drago, Jaka e Milan risolvano tutti e tre la prova A? Quant'è la probabilità che almeno uno dei tre risolva la prova B?

*(5 punti)*

**Pagina bianca**

**Pagina bianca**