



Codice del candidato:

Državni izpitni center



SESSIONE AUTUNNALE

Livello superiore
MATEMATICA
≡ Prova d'esame 1 ≡

Giovedì, 26 agosto 2010 / 90 minuti

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, di una calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e possibilità di calcolo con simboli, nonché del compasso, di due squadrette e di un righello.
Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

MATURITÀ GENERALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra e sulla scheda di valutazione. Scrivete il vostro numero di codice anche sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di 12 quesiti, risolvendo correttamente i quali potete conseguire fino a un massimo di 80 punti. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 2.

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti **all'interno della prova** utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verrà assegnato il punteggio di zero (0). Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 16 pagine, di cui 2 bianche.

Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $h_c^2 = a_1b_1$
- Raggi delle circonferenze circoscritta ed inscritta ad un triangolo: $R = \frac{abc}{4A}$, $r = \frac{A}{p}$, $p = \frac{a+b+c}{2}$
- Formule di bisezione:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} ; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} ; \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Funzioni trigonometriche relative al triplo di un angolo:
 $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$, $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$
- Teoremi di addizione:
 $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$
 $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$
- Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:
 $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$, $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$
 $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$
 $\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$, $\cot x \pm \cot y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$
- Formule di Werner o della scomposizione del prodotto:
 $\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)]$
 $\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$
 $\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$
- Distanza del punto $T_0(x_0, y_0)$ dalla retta $ax + by - c = 0$:

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Area del triangolo di vertici $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Ellisse: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$
- Iperbole: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; a è il semiasse reale.
- Parabola: $y^2 = 2px$, fuoco $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrali:

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$$
,
$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

01. Sono dati gli insiemi $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 3, 4, 5\}$ e $C = \{2, 4, 5\}$. Scrivete gli insiemi $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $(A \cap C) \cup B$, $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$ e $A \times C$ elencando i loro elementi.

(8 punti)

$$A \cup B =$$

$$A \cap B =$$

$$A \setminus B =$$

$$B \setminus A =$$

$$(A \cap C) \cup B =$$

$$(A \cup B) \setminus (A \cap B) =$$

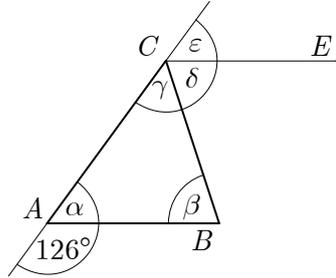
$$A \times C =$$

02. Risolvete la disequazione $(2x - 3)^2 - 2x \geq (2x - 3)(2x + 3) - 10$. Scrivete l'insieme delle risoluzioni con l'intervallo e rappresentatelo sull'asse numerico.

(6 punti)

03. Il triangolo ABC dello schizzo è isoscele ($|AB| = |BC|$). L'angolo esterno al vertice A misura 126° . La distanza CE è parallela al lato AB . Scrivete nella tabella le ampiezze degli angoli α , β , γ , δ e ε .

(5 punti)



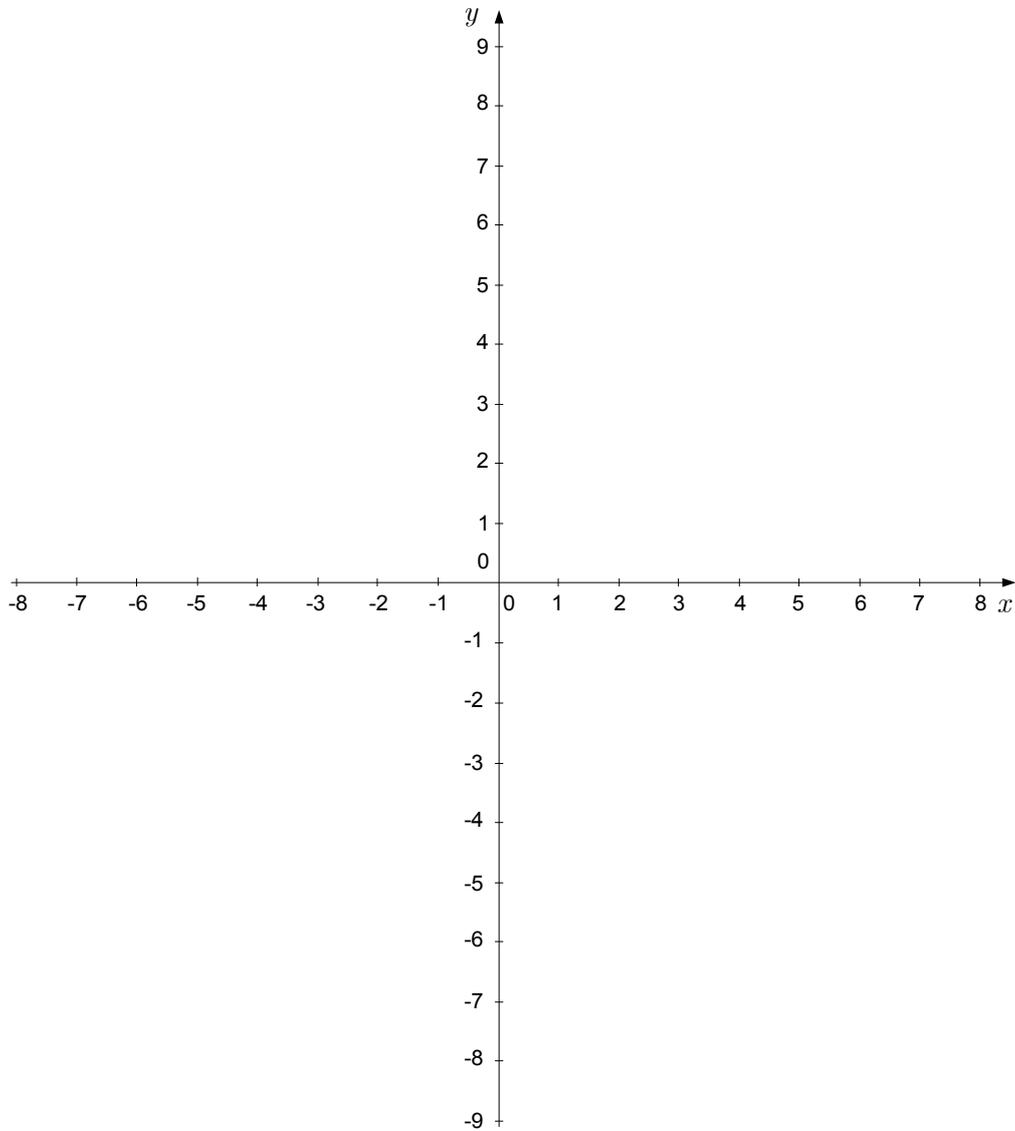
α	β	γ	δ	ε

04. È dato il numero complesso $z = 12 + 5i$. Calcolate il numero $z^2 - i\bar{z} + 2|z|$.

(6 punti)

05. Tracciate il grafico della funzione $f(x) = 3^x - 1$ e il suo asintoto. Scrivete lo zero della funzione f e l'equazione dell'asintoto. I punti $T_1(-1, y_1)$ e $T_2(x_2, 8)$ appartengono al grafico della funzione f . Calcolate le coordinate sconosciute y_1 e x_2 .

(8 punti)



06. La retta di equazione $2x - 5y - 10 = 0$ interseca l'asse x nel punto S . Scrivete l'equazione della circonferenza di centro S e che passa per il punto $T(0,1)$.

(6 punti)

07. Calcolate le ascisse degli estremi della funzione $f(x) = \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - x + 5$.

(7 punti)

08. Un commerciante ha in un sacchetto 15 biglietti della lotteria: 5 con vincita e 10 vuoti. Acquistiamo, scegliendo a caso, 4 biglietti. Calcolate la probabilità dei seguenti eventi:

A – almeno uno dei biglietti è con la vincita,

B – due biglietti sono con la vincita e due sono vuoti.

(7 punti)

09. Risolvete l'equazione $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin x - 1 = 0$.

(7 punti)

10. Sono dati i vettori $\vec{a} = (t, -2, 6)$ e $\vec{b} = (-3, t, -10)$. Per quale numero reale t i vettori \vec{a} e \vec{b} sono perpendicolari? Per quali numeri reali t il modulo del vettore \vec{a} è uguale a 7?

(8 punti)

11. La somma dei primi tre termini di una successione aritmetica è $\frac{21}{2}$, la somma del primo e del quinto termine è invece 10. Calcolate il primo termine e la ragione di questa successione. Quant'è la somma dei primi cento termini della successione?

(7 punti)

12. Dimostrate che $\int \frac{1}{\operatorname{sen}^2 x \cos^2 x} dx = \tan x - \cot x + C$.

(5 punti)

Pagina bianca

Pagina bianca